

Ekstrema lokalne funkcji wielu zmiennych

Elektrotechnika - Analiza matematyczna II

17, 24 maja 2021

Zadanie 1 — Wyznaczyć ekstrema lokalne następujących funkcji

a) $f(x, y) = xy + \frac{1}{2(x+y)},$

b) $f(x, y) = 3x^2y - x^3 - y^4,$

c) $f(x, y) = x^2 - xy + y^2,$

d) $f(x, y) = x^2 - xy - y^2,$

e) $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x,$

f) $f(x, y) = x^3 - 2y^3 - 3x + 6y,$

g) $f(x, y) = x^3 - 2x^2y^2 + y^4,$

h) $f(x, y) = e^{x+2y}(x^2 - y^2),$

i) $f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2xy + y^2),$

j) $f(x, y) = xy \ln(x^2 + y^2),$

k) $f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{1}{x} + y,$

l) $f(x, y) = 1 - \sqrt{x^2 + y^2},$

m) $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 4 \ln x - 10 \ln y.$

Zadanie 2 — Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji

a) $f(x, y) = 2x^2 - 2y^2$ w kole $x^2 + y^2 \leq 4,$

b) $f(x, y) = -\sqrt{4 - x^2 - y^2}$ w kole $x^2 + y^2 \leq 4,$

c) $f(x, y) = 2\sqrt{1 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2}$ w zbiorze $D = \{(x, y) : \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{9}y^2 \leq 1\}.$

Zadanie 3 — Wyznaczyć ekstrema lokalne następujących funkcji

a) $f(x, y, z) = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2,$

b) $f(x, y, z) = xyz(1 - x - y - z),$

c) $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 1,$

d) $f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 4z - x,$

e) $f(x, y, z) = x^3 + xy + y^2 - 2zx + 2z^2 + 3y - 1,$

f) $f(x, y, z) = \frac{2x^2}{y} + \frac{y^2}{z} - 4x + 2z^2.$