

# Granice podwójne

Elektrotechnika - Analiza matematyczna II

26 kwietnia 2022

**Zadanie 1** — Obliczając granice iterowane, pokazać, że następujące granice nie istnieją:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2},$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x},$

c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^4 - y^4}{x^4 + y^4},$

d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - y^7}{x^3 + y^7},$

e)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^3}{x^4 + y \sin^2 y},$

f)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{\sin(xy^2)}{(x-2)^2 + y^2},$

g)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (3,0)} \frac{\sin^2(xy)}{(x-3)^2 + y^2}.$

**Zadanie 2** — Posługując się definicją Heinego, pokazać, że następujące granice nie istnieją

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4},$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2},$

c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2},$

d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2}.$

**Zadanie 3** — Wykorzystując współrzędne biegunowe, rozstrzygnąć, czy istnieją następujące granice:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1}{x^2 + y^2} e^{-\frac{1}{x^2 + y^2}},$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2}{x^2 + y^2},$

c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (\infty, \infty)} \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2},$

d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{9 + x^2 + y^2} - 3}{x^2 + y^2},$

e)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 y}{x^2 + y^2},$

f)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1},$

g)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^2},$

h)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (1 + x^2 + y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}.$

**Zadanie 4** — Pokazać, że

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^4 + y^4)}{x^2 + y^2} = 0,$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x + y) \sin \frac{1}{x} \cos \frac{1}{y} = 0.$