

Egzamin z Analizy Matematycznej 2
Kierunek Elektrotechnika
Termin 3

1. Obliczyć pole figury ograniczonej krzywą zadaną w postaci parametrycznej $x = a \cos t, y = b \sin t$ gdzie $t \in [0, 2\pi]$. Jak nazywa się ta krzywa?

2. Zbadać zbieżność:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n} \cos \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{n}, \quad b) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg}^4 x dx}{(\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x + 1)^2 \cos^2 x}$$

3. Pokazać, że funkcja $f(x, y, z) = \sqrt[4]{x^8 + y^6 + z^4}$ jest ciągła w każdym punkcie (x, y, z) . Zbadać istnienie pochodnych cząstkowych $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$ w punkcie $(0, 0, 0)$. Czy f jest różniczkowalna? Odpowiedź uzasadnić.

4. Znaleźć ekstrema lokalne funkcji $f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{32}{x} + 2y$.

5. Rozwinąć funkcję $f(x) = (\pi - |x|)^2, x \in [-\pi, \pi]$ w szereg Fouriera.

1. Calculate the area of the figure bounded by a curve given in parametric coordinates by $x = a \cos t, y = b \sin t$ where $t \in [0, 2\pi]$. How this curve is called?

2. Investigate the convergence of the sum and the integral:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n} \cos \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{n}, \quad b) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg}^4 x dx}{(\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x + 1)^2 \cos^2 x}$$

3. Show that the function $f(x, y, z) = \sqrt[4]{x^8 + y^6 + z^4}$ is continuous in every point (x, y, z) . Which partial derivatives $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$ exist in $(0, 0, 0)$? Is f differentiable? Justify your answer.

4. Find all local extrema of $f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{32}{x} + 2y$.

5. Find the Fourier series of the function $f(x) = (\pi - |x|)^2, x \in [-\pi, \pi]$.