

egzamin z "analizy II" - test z teorii (*Elektrotechnika* 3. termin 14.IX 2021)

1. Niech $\gamma : [a, b] \rightarrow D \subset \mathbb{R}^2$ będzie dodatnio zorientowaną krzywą zamkniętą klasy C^1 na płaszczyźnie, której punkty $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ tworzą brzeg pewnego obszaru normalnego $D \subset \mathbb{R}^2$. Załóżmy, że $P, Q : \overline{D} \rightarrow \mathbb{R}$ są funkcjami ciągłymi określającymi pole wektorowe $P(x, y)\vec{i} + Q(x, y)\vec{j}$. Proszę podać wzór Greena określający wartość całki $\int_{\gamma} Pdx + Qdy$.
2. Dla funkcji f dwu zmiennych podać (w postaci używającej pewnej granicy podwójnej) warunek różniczkowalności tej funkcji w punkcie $A_0 = (x_0, y_0)$.
3. Dla układu ortonormalnego $\{e_n : n \in \mathbb{N}\}$ oznaczmy przez $c_n[f] := \langle f, e_n \rangle$ współczynniki Fouriera wektora f względem tego układu. Podać nierówność Bessela (przy takich oznaczeniach).
4. Sformułować kryterium porównawcze zbieżności dla całek niewłaściwych typu $\int_a^\infty \phi(t) dt$.