EGZAMIN z Matematyki 2
dla kierunku ELEKTROTECHNIKA w dniu 27 czerwca 2012r.

Zadanie 1. Obliczyć całki nieoznaczone:

$$a) \quad \int e^x \sin 3x \, dx \qquad\qquad b) \quad \int \frac{x^3 - x^2 + 10x - 9}{x^2 - x - 2} dx.$$

W pierwszej całce 2-krotnie całk. przez części, w drugiej - konieczne jest najpierw dzielenie z resztą, by otrzymać ułamek prosty, w którym stopień licznika jest mniejszy od st. mianownika. Dopiero taki ułamek rozkładamy na uł. proste (rozkład jest konieczny, tu żadne "sprytne podstawienie" nie wystarcza Zadanie 2. Obliczyć pole obszaru ograniczonego wykresami parabol: $y = x^2 - 2x + 1$ oraz $y = \frac{4}{9}x^2$.

Sprawdzamy, jakie są punkty przecięcia -to będą granice całkowania, czyli 1. współrzędne punktów przecięcia. Potem zauważamy, która z funkcji jest na otrzymanym przedziale większa -bo licząc pole jako całkę z różnicy mamy uzyskać wartość dodatnią!

Zadanie 3. Znaleźć wszystkie ekstrema lokalne dla funkcji:

$$f(x, y) = e^x(2x^2 + y^2 - 2xy).$$

Są dwa punkty stacjonarne (w których $x = y$, co upraszcza postać drugiej pochodnej - zwłaszcza wzgl. x) Wyznaczniki macierzy 2x2 drugiej różniczki są w punkcie (0,0) -dodatni, w punkcie (-2,-2) -ujemy -tam nie ma ekstremum (fakt, że w lewym górnym rogu jest 0 jeszcze nie przesądza, W pierwszym przypadku w tym rogu jest wartość dodatnia -minimum lokalne.

Zadanie 4. Obliczyć promienie zbieżności szeregów potęgowych

$$a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n \qquad\qquad b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{(-3)^n}(x-1)^n$$

i wyznaczyć ich przedziały zbieżności.
Zadanie jest proste, w przypadku szeregu z potęgami (x-1) przedział jest postaci (1-R, 1+R), a nie (-R,R). O zbieżność na krańcach nie było w zasadzie pytania

Zadanie 5. Rozwinąć w szereg Fouriera funkcję $f(x) = \begin{cases} 0 & dla\ x \in [-\pi, 0) \\ x & dla\ x \in [0, \pi] \end{cases}$

i obliczyć sumę szeregu $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}.$

Przy rozwinięciu warto pamiętać, że $\sin(n\pi) = 0, \cos(n\pi) = (-1)^n$ dla całkowitych n, co upraszcza wynik. W punkcie π suma szer. to średnia granic na kończach przedziału, czyli nie π, tylko $\frac{\pi}{2}$ i wpisując tu sumę sz. Fouriera otrzymamy jako wynik tę sumę odwrotności kwadratów liczb nieparzystych jako $\frac{\pi^2}{8}$. (Za tę część daliśmy mniej punktów,niż za rozwinięcie,. Każde zadanie było za 10p)