



SEMINARIUM MATEMATYKA DYSKRETNA

wtorek, 7 stycznia 2014 r. godz. 12.45, s. 304 A3/A4

PROBLEM SINGULARNOŚCI DLA GRAFÓW $P_n \square P_m$ ORAZ $H_{n,m}$

ANNA BIEN
Uniwersytet Śląski

Pojęcie grafu singularnego ma swój początek w chemii molekularnej. Własność singularności grafu opisującego węglowodór związana jest z niestabilnością danego związku. Graf singularny jest definiowany algebraicznie: jest to graf, którego macierz sąsiedztwa jest osobliwa. Problem singularności dotyczy charakteryzacji struktury grafów singularnych.

Pewne klasy grafów zostały do tej pory zbadane. Singularne są wszystkie pełne grafy dwudzielne, ścieżki P_{2n+1} , grafy S_n dla $n > 2$, drzewa o nieparzystej liczbie wierzchołków, cykle C_{4n} . Niesingularne są grafy pełne, ścieżki P_{2n} , cykle C_k , $4 \nmid k$.

Problem singularności dla produktów kartezjańskich $P_n \square P_m$ został rozwiązany przez Rare w 1996 r. przez zastosowanie pewnych metod redukcji grafu, które nie zmieniają wyznacznika macierzy sąsiedztwa. Stosując dodatkowe metody, podobne do przedstawionych w pracy Rare, można uzyskać prosty algorytm podobny do algorytmu Eulidesa, który pozwala sprawdzić czy dowolny produkt $P_n \square P_m$ jest grafem singularnym oraz obliczyć wyznacznik macierzy sąsiedztwa tego grafu. Wynik ten został opublikowany w Discrete Mathematics w 2011 r.

Aby zbadać wyznacznik macierzy sąsiedztwa heksagonalnych sieci $H_{n,k}$ rozszerzamy rozważania do grafów ważonych. Jest to konieczne, ponieważ stosując dotychczasowe metody redukcji do grafów, które nie spełniają odpowiednich założeń nie otrzymujemy grafów prostych. Oprócz metod redukcji, będących uogólnieniem metody zaprezentowanej przez Rare, stosujemy redukcje odwołujące się do związku wyznacznika macierzy sąsiedztwa grafu ze zbiorem podgrafów rozpinających, które są rozłączną sumą grafów 1-regularnych i 2-regularnych. Redukcje te prowadzą nas do wzoru

$$\det A(H_{n,k}) = (-1)^{kn+n+k} \binom{n+k}{k}^2$$