



SEMINARIUM MATEMATYKA DYSKRETNA

wtorek, 13 października 2020 r., godz. 12:30, on-line

OD HIPOTEZY 1-2-3 DO HIPOTEZY ROTY

Jarosław Grytczuk

Politechnika Warszawska

Przedstawię kilka powiązanych problemów otwartych, których wspólną cechą jest poszukiwanie kolorowania danej struktury kombinatorycznej unikającego zerowania się form liniowych przypisanych określonym podstrukturom. Korowód otworzy znana hipoteza 1-2-3, a zamknie sławna hipoteza Roty o bazach. Po drodze pojawią się mniej znane przypuszczenia, np. hipoteza Saxtona o permanencie (pociągająca listową wersję hipotezy 1-2-3), czy hipoteza Goddyna-Tarsi'ego o nieznikających transwersalach. Ten ostatni problem można uogólnić następująco. Przypuśćmy, że każdy wierzchołek hipergrafu $\mathcal{H}$ ma przypisaną listę kolorów (liczb całkowitych). Kolorowanie $\mathcal{H}$ wybrane z tych list nazywamy *nieznikającym* jeżeli suma kolorów w każdej krawędzi jest niezerowa. Niech $\zeta(\mathcal{H})$ oznacza najmniejszą liczbę k gwarantującą istnienie nieznikającego kolorowania hipergrafu $\mathcal{H}$ z dowolnych list rozmiaru k . Oryginalna hipoteza Goddyna-Tarsi'ego mówi, że $\zeta(\mathcal{K}_n) = n + 1$, gdzie $\mathcal{K}_n$ jest hipergrafem *pełnym* na n wierzchołkach (każdy niepusty podzbiór jest krawędzią). Wiadomo, że jest ona optymalna. Najlepsze obecnie oszacowanie to $\zeta(\mathcal{K}_n) \leq n^{1+\epsilon}$, dla dowolnego $\epsilon > 0$ i $n > n_0(\epsilon)$. Zostało ono uzyskane przez Alona i Ruzsę w roku 1999, przy użyciu ciekawej kombinacji metody probabilistycznej i aproksymacji diofantycznych. Ciekawe jak zachowuje się parametr $\zeta(\mathcal{H})$ dla innych rodzin hipergrafów...