

Andrzej Raczyński

POMPY I WENTYLATORY

ZBIÓR ZADAŃ

Politechnika Łódzka

Wyd. 11

Luty 2015

Spis rozdziałów

Główne oznaczenia	3
Informacje pomocnicze	4
1. REPETYCJA ZAGADNIEŃ MECHANIKI CIECZY	5
2. POMPY – ZAGADNIENIA OGÓLNE	11
3. POMPY WYPOROWE TŁOKOWE	19
4. POMPY WIROWE	30
5. WENTYLATORY PROMIENIOWE	63

Główne oznaczenia

A_n	- pole powierzchni tłoka (nurnika) pompy, m^2
A_r	- pole powierzchni przewodu (rurociągu), m^2
b_1	- szerokość łopatki na wlocie, m
b_2	- szerokość łopatki na wylocie, m
d	- średnica wewnętrzna przewodu, m
D	- średnica tłoka lub nurnika pompy, m
D_1	- średnica wlotowa wirnika, m
D_2	- średnica wylotowa wirnika, m
H	- wysokość podnoszenia pompy, m
H_c	- całkowita wysokość podnoszenia niezbędna w instalacji, m
k_c	- liczba cylindrów w pompie,
n	- prędkość obrotowa, obr/min
n_{sQ}	- kinematyczny wyróżnik szybkobieżności pompy,
p_{at}	- ciśnienie atmosferyczne, Pa, hPa
P	- moc użyteczna, W
P_{nap}	- moc napędu, W
Q	- wydajność rzeczywista, m^3/s
Q_t	- wydajność teoretyczna, m^3/s
r	- długość ramienia korby, m
s	- skok tłoka lub nurnika pompy, m
t	- temperatura, $^{\circ}C$
T	- czas, s
v	- prędkość czynnika, m/s
V	- objętość, m^3
β_1	- kąt łopatki na wlocie, $^{\circ}$
β_2	- kąt łopatki na wylocie, $^{\circ}$
Δp	- spiętrzenie ciśnienia w wentylatorze (całkowite), m
Δp_c	- całkowite spiętrzenie ciśnienia niezbędne w instalacji, m
η_h	- sprawność hydrauliczna
η_m	- sprawność mechaniczna
η_v	- sprawność objętościowa
λ	- współczynnik oporu liniowego (straty liniowej)
ν	- współczynnik lepkości kinematycznej, m^2/s
ρ	- gęstość płynu, kg/m^3
ζ	- współczynnik oporu miejscowego

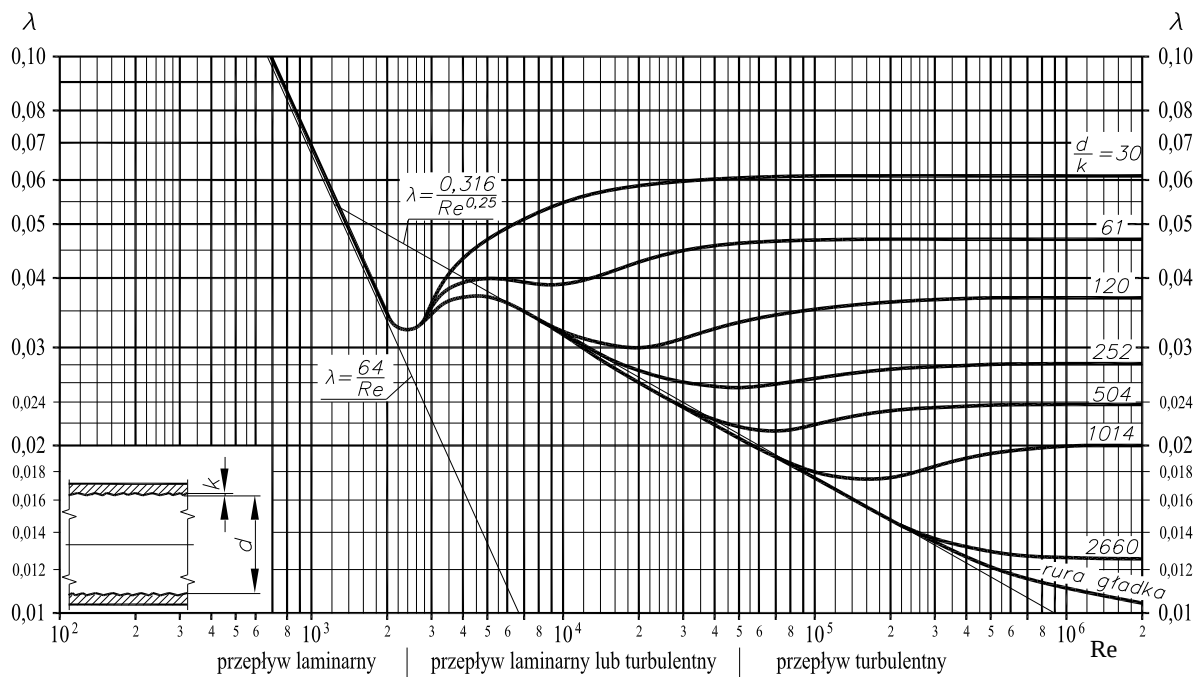
Informacje pomocnicze

Tablica 0.1. Współczynnik lepkości kinematycznej ν powietrza i wody w zależności od temperatury (dla powietrza przy ciśnieniu $p = 101,325 \text{ kPa}$)

t [°C]	$\nu \text{ [m}^2\text{/s]}$	
	powietrze	woda
0	$13,3 \cdot 10^{-6}$	$1,79 \cdot 10^{-6}$
10	$13,9 \cdot 10^{-6}$	$1,31 \cdot 10^{-6}$
20	$15,1 \cdot 10^{-6}$	$1,01 \cdot 10^{-6}$
30	$16,0 \cdot 10^{-6}$	$0,80 \cdot 10^{-6}$
40	$16,9 \cdot 10^{-6}$	$0,658 \cdot 10^{-6}$
50	$18,2 \cdot 10^{-6}$	$0,560 \cdot 10^{-6}$
60	$18,9 \cdot 10^{-6}$	$0,478 \cdot 10^{-6}$
80	$20,9 \cdot 10^{-6}$	$0,366 \cdot 10^{-6}$
100	$23,1 \cdot 10^{-6}$	$0,295 \cdot 10^{-6}$
200	$35 \cdot 10^{-6}$	$0,160 \cdot 10^{-6}$

Tablica 0.2. Ciśnienie pary wodnej nasyconej p_v w zależności od temperatury

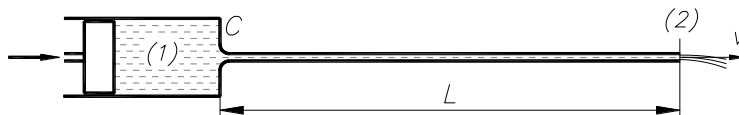
t [°C]	$p_v \text{ [Pa]}$	t [°C]	$p_v \text{ [Pa]}$
0	588	55	15740
4	785	60	19917
5	873	65	25007
10	1226	70	31156
15	1706	75	38550
20	2334	80	47356
25	3168	85	57800
30	4236	90	70108
35	5619	85	84524
40	7375	100	101322
45	9581	110	143265
50	12337	120	198536



Rys. 0.1. Współczynnik oporu liniowego λ wg Nikuradsego

1. REPETYCJA ZAGADNIENI MECHANIKI CIECZY

Zad. 1.1. Jakie nadciśnienie p należy wyrzucić w cylindrze C , aby prędkość wypływu wody o temperaturze ok. 20°C wynosiła $v = 0,8 \text{ m/s}$. Średnica wewnętrzna przewodu d wynosi 12 mm , a długość $L = 4 \text{ m}$. Przewód jest wykonany z igelitu (praktycznie gładki).



Rys. 1.1

Rozwiązanie

Wywołanie nadciśnienia w cylindrze oznacza wprowadzenie energii potencjalnej ciśnienia do cieczy. Ponieważ cylinder ma ujście, energia ta spowoduje wypływ cieczy przewodem do otoczenia. Następuje więc przemiana energii potencjalnej ciśnienia na energię kinetyczną. Nieunikniona jest przy tym strata energii na pokonanie oporów przepływu w przewodzie. W tym wypadku jest to tylko strata liniowa, ponieważ przewód jest prosty, a wlot do przewodu jest łagodnie uformowany. Porównanie całkowitej energii dla przekroju (1) umieszczonego wewnątrz cylindra i przekroju (2) znajdującego się tuż za wylotem do otoczenia jest wyrażone przez równanie Bernoulliego w postaci właściwej dla cieczy rzeczywistej:

$$\frac{\alpha_1 \cdot v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 = \frac{\alpha_2 \cdot v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \Delta h$$

W tym i w następnych zadaniach założymy, że ruch cieczy jest turbulentny i wobec tego przyjmujemy współczynnik Coriolisa α jako równy 1. Wobec tego równanie Bernoulliego będziemy zapisywać w postaci:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \Delta h$$

Podstawienia do tego równania:

- średnia prędkość cieczy w cylindrze $v_1 \cong 0$,
- ciśnienie absolutne w cylindrze $p_1 = p_{\text{at}} + p$,
- wysokość geometryczna usytuowania przekrojów kontrolnych $z_1 = z_2$,
- średnia prędkość cieczy wypływającej $v_2 = v = 0,8 \text{ m/s}$,
- ciśnienie absolutne za wylotem $p_2 = p_{\text{at}}$,

- liniowa wysokość straty ciśnienia („strata wysokości”) – wg wzoru Darcy’ego: $\Delta h = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$

Równanie Bernoulliego musi być rozwiązane ze względu na nadciśnienie p . Po wymienionych podstawieniach i odpowiednich przekształceniach otrzymuje się:

$$p = \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot \left(1 + \lambda \frac{L}{d} \right)$$

Pozostaje niewiadoma wartość współczynnika oporu liniowego λ . Wyznamy ją z wykresu Nikuradsego, po określeniu liczby Reynoldsa. Brakującą wartość lepkości wody przyjmujemy z tablicy 0.1; w temperaturze 20°C współczynnik ν wynosi ok. $1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{0,8 \cdot 0,012}{1 \cdot 10^{-6}} = 9600$$

Przy takiej liczbie Reynoldsa, w wypadku przewodu gładkiego, wartość współczynnika oporu liniowego wynosi ok. 0,032. Gęstość wody przyjmujemy równą 1000 kg/m^3 . Wymagane nadciśnienie wynosi więc:

$$p = \frac{1000 \cdot (0,8)^2}{2} \cdot \left(1 + 0,032 \frac{4}{0,012} \right) = 3733 \text{ Pa} \approx 3,7 \text{ kPa}$$

Zad. 1.2. Poziomym rurociągiem o długości $L = 100 \text{ m}$ i o średnicy wewnętrznej $d = 80 \text{ mm}$ przepływa w ciągu godziny 1 m^3 wody o temperaturze 11°C . Obliczyć spadek ciśnienia na długości rurociągu, wiedząc że chropowatość wewnętrznej ścianki rurociągu $k = 2,6 \text{ mm}$.

Rozwiązanie

Spadek ciśnienia na długości rurociągu, czyli liniową stratę ciśnienia, obliczymy według wzoru Darcy'ego. Musimy przedtem wyznaczyć współczynnik oporu liniowego, a w tym celu trzeba określić prędkość przepływu i liczbę Reynoldsa. Obliczamy po kolei:

$$Q = \frac{V}{T} = \frac{1 \text{ m}^3}{3600 \text{ s}} = 2,777 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$v = \frac{Q}{A_r} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 2,777 \cdot 10^{-4}}{\pi \cdot 0,08^2} = 0,0553 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Z tablicy I odczytujemy przez interpolację, że współczynnik lepkości kinematycznej wody w temperaturze 11°C jest równy ok. $1,27 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Wobec tego liczba Reynoldsa:

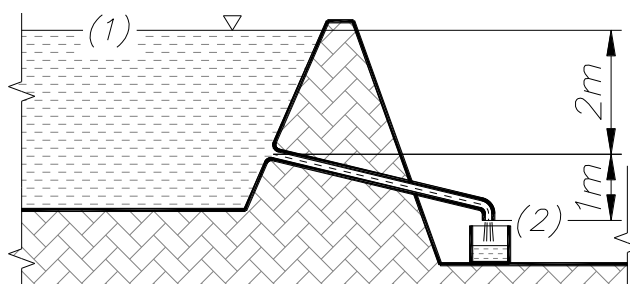
$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{0,0553 \cdot 0,08}{1,27 \cdot 10^{-6}} = 3481$$

Względna gładkość przewodu, czyli iloraz d/k , wynosi: $\frac{d}{k} = \frac{80 \text{ mm}}{2,6 \text{ mm}} = 30$

Dysponując tymi wartościami znajdujemy na wykresie Nikuradsego $\lambda = 0,04$. Wobec tego spadek ciśnienia w rurociągu wynosi:

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 0,04 \cdot \frac{100}{0,08} \cdot \frac{1000 \cdot 0,0553^2}{2} = 76 \text{ Pa}$$

Zad. 1.3. Czas napełniania 100-litrowej beczki wodą pobieraną z basenu wynosi 100 sekund. Średnica przewodu d jest równa 20 mm . Obliczyć całkowitą stratę ciśnienia (albo wysokość straty ciśnienia), jaka powstaje w przewodzie.



Rys. 1.3

Rozwiązanie

W tym wypadku zagadnienie jest nieco utrudnione w stosunku do poprzedniego zadania. Mamy określić stratę energii w przewodzie, ale nie znamy jego długości ani współczynnika oporu liniowego. Wzór Darcy'ego jest więc bezużyteczny. Musimy posłużyć się porównaniem przyczyny wypływu i jego prędkości. O wielkości strat świadczy prędkość wypływu; im mniejsza jest ta prędkość w ustalonym układzie, tym większą rolę odgrywają straty.

Rozwiązanie będzie możliwe przy wykorzystaniu równania Bernoulliego dla cieczy rzeczywistej, które jednocześnie wyraża przyczynę przepływu, uzyskaną prędkość przepływu i straty energii:

$$\frac{\rho \cdot v_1^2}{2} + p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \Delta p$$

Przekrój (1) obieramy na poziomie lustra wody w basenie, natomiast przekrój (2) – w miejscu wylotu wody z przewodu do otoczenia (nad beczką). Poziomym odniesienia niech będzie poziom wylotu wody z przewodu.

Podstawienia do równania Bernoulliego:

- średnia prędkość cieczy w przekroju (1): $v_1 \cong 0$,
- ciśnienie absolutne w przekroju (1): $p_1 = p_{at}$,
- wysokość geometryczna usytuowania przekroju (1) nad poziomem odniesienia: $z_1 = 3 \text{ m}$,
- ciśnienie absolutne za wylotem (w przekroju 2) $p_2 = p_{at}$,
- wysokość geometryczna usytuowania przekroju (2) nad poziomem odniesienia: $z_2 = 0$,

Prędkość wypływu v_2 wynika z czasu T napełniania beczki o wiadomej pojemności V :

$$Q = \frac{V}{T} = \frac{100 \text{ dm}^3}{100 \text{ s}} = \frac{0,1 \text{ m}^3}{100 \text{ s}} = 0,001 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_r} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,001}{\pi \cdot 0,02^2} = 3,183 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Równanie Bernoulliego musi być rozwiązane ze względu na stratę ciśnienia Δp . Po wymienionych podstawieniach i odpowiednich przekształceniach otrzymuje się:

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot z_1 - \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 3 - \frac{1000 \cdot 3,183^2}{2} = 24364 \text{ Pa} = 24,3 \text{ kPa}$$

Tę samą stratę energii można wyrazić jako wysokość straty ciśnienia (inaczej – stratę wysokości):

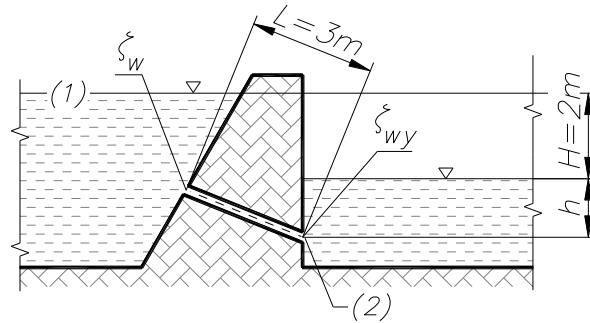
$$\Delta h = \frac{\sum \Delta p}{\rho \cdot g} = \frac{24364}{1000 \cdot 9,81} = 2,48 \text{ m}$$

Zad. 1.4. Kanał o średnicy $d = 0,1 \text{ m}$ łączy dwa zbiorniki (rys. 1.4), między którymi różnica poziomów lustra wody wynosi H . Określić objętościowe natężenie przepływu, wiedząc że współczynnik strat liniowych w kanale wynosi $0,03$, współczynnik straty wlotowej $\zeta_w = 0,5$ a współczynnik straty wylotowej $\zeta_{wy} = 1$.

Rozwiązanie

Przyczyną przepływu wody z jednego zbiornika do drugiego jest różnica poziomów wody, stanowiąca o energii potencjalnej wysokości. Energia ta przemienia się w energię kinetyczną przepływu (z pewnymi stratami), co jest opisane przez równanie Bernoulliego:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \sum \Delta h$$



Rys. 1.4

Przekrój (1) wybieramy na poziomie wyższego lustra wody, natomiast przekrój (2) w miejscu wypływu wody z kanału do drugiego zbiornika (czyli w miejscu, gdzie ciecz przemieszcza się z poszukiwaną prędkością). Poziomym odniesienia niech będzie też poziom wypływu wody z kanału.

Podstawienia do równania Bernoulliego:

- średnia prędkość cieczy w przekroju (1): $v_1 \cong 0$,
- ciśnienie absolutne w przekroju (1): $p_1 = p_{at}$,
- wysokość geometryczna usytuowania przekroju (1) nad poziomem odniesienia: $z_1 = H + h$,
- ciśnienie absolutne w przekroju (2): $p_2 = \rho gh + p_{at}$,
- wysokość geometryczna usytuowania przekroju (2) nad poziomem odniesienia: $z_2 = 0$,
- suma wysokości strat ciśnienia (straty liniowej i strat miejscowych):

$$\Sigma \Delta h = \frac{v_2^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right)$$

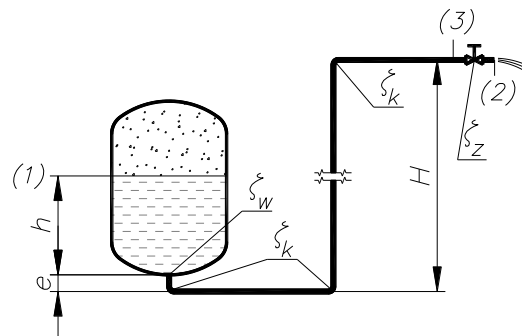
Równanie Bernoulliego rozwiązujemy ze względu na prędkość przepływu w przekroju (2). Po wymienionych podstawieniach i odpowiednich przekształceniach otrzymuje się:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{1 + \lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 2}{1 + 0,03 \frac{3}{0,1} + (0,5 + 1)}} = 3,397 \frac{m}{s}$$

Objęściowe natężenie przepływu wynosi:

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v_2 = \frac{\pi \cdot 0,1^2}{4} \cdot 3,397 = 0,027 \frac{m^3}{s}$$

Zad. 1.5. Nadciśnienie w zbiorniku (rys. 1.5) wynosi $p = 0,3$ MPa, średnica przewodu $d = 25$ mm, jego długość $L = 26$ m, wymiary: $h = 2$ m, $H = 20$ m, $e = 0,3$ m. Współczynnik oporu liniowego $\lambda = 0,03$, współczynniki oporu miejscowego: $\zeta_w = 0,5$, $\zeta_k = 0,3$, $\zeta_z = 5$. Obliczyć natężenie wypływu wody ze zbiornika. Jakie nadciśnienie ustali się przed zaworem, jeśli zostanie on zamknięty?



Rys. 1.5

Rozwiązanie

Prędkość przepływu (a w następstwie natężenie) obliczymy posługując się równaniem Bernoulliego dla dwóch przekrojów: pierwszego na powierzchni wody w zbiorniku i drugiego w miejscu wypływu do atmosfery. Poziom odniesienia niech będzie przyjęty w najniższym punkcie instalacji.

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \Sigma \Delta h$$

Podstawienia do równania Bernoulliego:

- średnia prędkość cieczy w przekroju (1): $v_1 \cong 0$,
- ciśnienie absolutne w przekroju (1): $p_1 = p + p_{at}$,
- wysokość geometryczna usytuowania przekroju (1) nad poziomem odniesienia: $z_1 = e + h$,
- ciśnienie absolutne w przekroju (2): $p_2 = p_{at}$,
- wysokość geometryczna usytuowania przekroju (2) nad poziomem odniesienia: $z_2 = H$,
- suma wysokości strat ciśnienia (straty liniowej i strat miejscowych):

$$\Sigma \Delta h = \frac{v_2^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right)$$

Równanie Bernoulliego rozwiązujemy ze względu na prędkość przepływu w przekroju (2). Po przedstawionych podstawieniach i odpowiednich przekształceniach otrzymuje się:

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{\frac{p_n}{\rho} - g \cdot (H - e - h)}{1 + \lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta}} = \sqrt{2 \cdot \frac{\frac{300000}{1000} - 9,81 \cdot (20 - 0,3 - 2)}{1 + 0,03 \frac{26}{0,025} + (0,5 + 0,9 + 5)}} = 2,56 \frac{m}{s}$$

Objętościowe natężenie przepływu wynosi:

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v_2 = \frac{\pi \cdot 0,025^2}{4} \cdot 2,56 = 1,26 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

Nadciśnienie przed zamkniętym zaworem p_{zz} obliczymy, posługując się równaniem statycznej równowagi płynu dla punktów (1) i (3). Właściwą postać tego równania możemy otrzymać przez usunięcie z równania Bernoulliego elementów związanych z ruchem cieczy:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_3 + \rho \cdot g \cdot z_3$$

Zastosujemy podstawienia:

- ciśnienie absolutne w przekroju (1): $p_1 = p + p_{at}$,
- wysokość geometryczna usytuowania przekroju (1) nad poziomem odniesienia: $z_1 = e + h$,
- ciśnienie absolutne w przekroju (3): $p_3 = p_{zz} + p_{at}$,
- wysokość geometryczna usytuowania przekroju (3) nad poziomem odniesienia: $z_3 = H$,

Po zastosowaniu tych podstawień i przekształceniu otrzymujemy:

$$p_{zz} = p - \rho \cdot g \cdot (H - e - h) = 300000 - 1000 \cdot 9,81 \cdot (20 - 0,3 - 2) = 126363 \text{ Pa}$$

$$p_{zz} \cong 126 \text{ kPa}$$

Zadania do samodzielnego rozwiązania

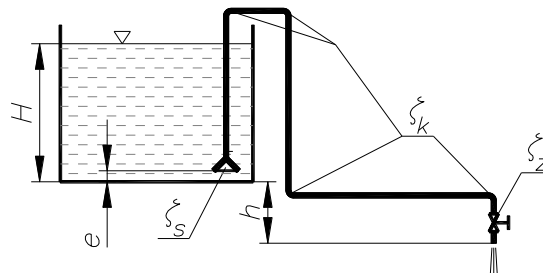
Zad. 1.6. Poziomym rurociągiem o długości 100 m i o średnicy wewnętrznej równej 80 mm przepływa w ciągu godziny 10 m^3 wody o temperaturze 11°C . Obliczyć spadek ciśnienia na długości rurociągu wiedząc, że chropowatość ścian rurociągu wynosi 2,6 mm.

Odpowiedź: $\Delta p = 11,5 \text{ kPa}$

Zad. 1.7. Poziomym rurociągiem o długości 1000 m i o średnicy wewnętrznej równej 100 mm przepływa w ciągu godziny 100 m^3 wody o temperaturze 15°C . Nadciśnienie tłoczenia (na początku rurociągu) wynosi 2 MPa. Obliczyć nadciśnienie na końcu rurociągu wiedząc, że chropowatość ścian rurociągu wynosi 0,4 mm.

Odpowiedź: $p_k = 0,25 \text{ MPa}$

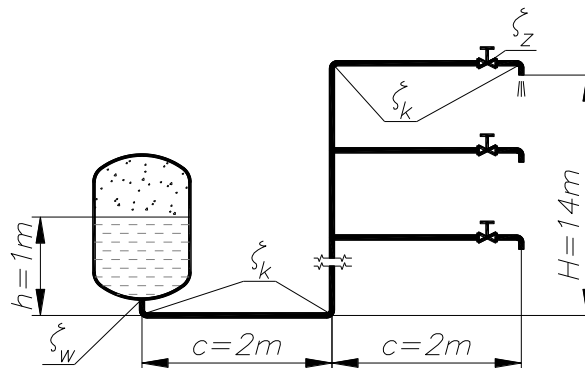
Zad. 1.8. Z otwartego zbiornika jest czerpana ciepła woda (30°C) za pomocą przewodu tworzącego syfon. Wewnętrzna średnica przewodu wynosi 40 mm, długość 148 m, a chropowatość wewnętrznej ścianki jest równa 0,1 mm. Do jakiej wysokości H jest napełniony zbiornik, jeśli 120-litrowa beczka podstawiona pod wylewkę napełnia się w ciągu 2 minut? Pozostałe dane: $e = 0,3 \text{ m}$, $h = 1 \text{ m}$, współczynniki oporu miejscowego: $\zeta_s = 3$, $\zeta_k = 0,3$, $\zeta_z = 6$.



Rys. 1.8

Odpowiedź: $H \cong 2,1 \text{ m}$

Zad. 1.9. Obliczyć, jak duże powinno być nadciśnienie w zbiorniku, aby na najwyższym poziomie czerpania uzyskać wypływ wody z natężeniem $1 \text{ dm}^3/\text{s}$, jeżeli pozostałe gałęzie są zamknięte a temperatura wody wynosi 10°C . Wewnętrzna średnica przewodu = 25 mm, jego długość = 16 m, chropowatość wewnętrzna wynosi 0,8 mm, współczynniki oporu miejscowego: $\zeta_w = 0,5$, $\zeta_k = 0,25$, $\zeta_z = 5$.

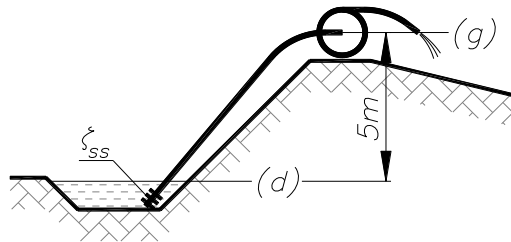


Rys. 1.9

Odpowiedź: $p \cong 233 \text{ kPa}$

2. POMPY – ZAGADNIENIA OGÓLNE

Zad. 2.1. Wyznaczyć całkowitą wysokość podnoszenia oraz podciśnienie w króćcu ssawnym przedstawionej pompy odwadniającej. Wydajność pompy $Q = 0,6 \text{ m}^3/\text{min}$, długość przewodu ssawnego $L_s = 10 \text{ m}$, długość przewodu tłocznego $L_t = 5 \text{ m}$, wewnętrzna średnica przewodów $d = 100 \text{ mm}$. Przyjąć współczynnik oporu liniowego $\lambda = 0,02$, a współczynnik oporu miejscowego kosa ssawnego $\zeta_{ss} = 8$.



Rys. 2.1

Rozwiązanie

Całkowita wysokość podnoszenia H_c to abstrakcyjna wielkość, pokazująca „wysilek”, z jakim pracuje pompa. Może składać się na nią geometryczne podnoszenie cieczy z poziomu dolnego (d) na poziom górny (g), wzrost ciśnienia cieczy od p_d do p_g , wzrost prędkości cieczy od v_d do v_g oraz straty pokonywane przez pompę w trakcie transportu cieczy z poziomu (d) do poziomu (g):

$$H_c = H_g + \frac{p_g - p_d}{\rho \cdot g} + \frac{v_g^2 - v_d^2}{2g} + \Sigma \Delta h$$

Chcąc obliczyć H_c musimy znać wymienione parametry na poziomie lustra cieczy w zbiorniku czerpalnym (d) i w miejscu wyrzucania cieczy z przewodu tłocznego (g). Za poziom odniesienia przyjmijmy poziom lustra cieczy. Podstawiamy zatem:

- geometryczna wysokość podnoszenia, tzn. różnica poziomów między (g) a (d): $H_g = 5 \text{ m}$,
- ciśnienie absolutne w przekroju (g): $p_g = p_{at}$,
- ciśnienie absolutne w przekroju (d): $p_d = p_{at}$,
- średnia prędkość cieczy w przekroju (d): $v_d \approx 0$,
- suma wysokości strat ciśnienia (straty liniowej i strat miejscowych):

$$\Sigma \Delta h = \frac{v_g^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right)$$

Prędkość transportu wody wynika z podanej wydajności pompy ($Q = 0,6 \text{ m}^3/\text{min} = 0,01 \text{ m}^3/\text{s}$) i wewnętrznej średnicy przewodów:

$$v_g = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{0,01}{\frac{\pi \cdot 0,1^2}{4}} = 1,27 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sumę wysokości strat można obliczyć łącznie dla przewodu ssawnego i tłocznego, ponieważ średnice wewnętrzne i współczynniki oporu liniowego są w nich identyczne.

Po zastosowaniu wymienionych podstawień otrzymujemy:

$$H_c = H_g + \frac{v_g^2}{2g} + \Sigma \Delta h = H_g + \frac{v_g^2}{2g} + \frac{v_g^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L_s + L_t}{d} + \zeta_{ss} \right) = H_g + \frac{v_g^2}{2g} \cdot \left(1 + \lambda \frac{L_s + L_t}{d} + \zeta_{ss} \right) =$$

$$= 5 + \frac{1,27^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \left(1 + 0,02 \cdot \frac{10 + 5}{0,1} + 8 \right) = 5,99 \text{ m} \approx 6 \text{ m}$$

Podciśnienie w króćcu ssawnym p_{ps} można określić porównując energię cieczy pobieranej ze zbiornika czepalnego i energię cieczy przepływającej przez króciec ssawny. Takie porównanie energii jest treścią równania Bernoulliego. Parametry w króćcu ssawnym oznaczmy literą s.

$$\frac{\rho \cdot v_d^2}{2} + p_d + \rho \cdot g \cdot z_d = \frac{\rho \cdot v_s^2}{2} + p_s + \rho \cdot g \cdot z_s + \Delta p_{1-s}$$

Podstawienia do tego równania:

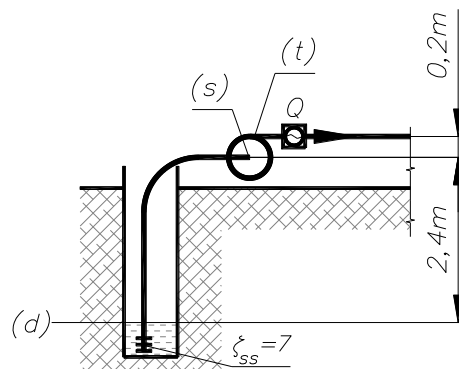
- średnia prędkość cieczy w przekroju (1): $v_d \approx 0$,
- ciśnienie absolutne w przekroju (1): $p_d = p_{at}$,
- wysokość geometryczna usytuowania przekroju (d) nad poziomem odniesienia: $z_d = 0 \text{ m}$,
- średnia prędkość cieczy w króćcu ssawnym $v_s = 1,27 \text{ m/s}$ (taka sama jak na wylocie),
- ciśnienie absolutne w króćcu ssawnym $p_s = p_{at} - p_{ps}$
- wysokość geometryczna usytuowania króćca ssawnego nad poziomem odniesienia: $z_s = 5 \text{ m}$,
- suma strat ciśnienia w przewodzie ssawnym: $\Sigma \Delta p = \frac{\rho \cdot v_s^2}{2} \cdot \left(\lambda \frac{L_s}{d} + \zeta_{ss} \right)$

Po zastosowaniu tych podstawień i przekształceniu otrzymujemy:

$$p_{ps} = \rho \cdot g \cdot z_s + \frac{\rho \cdot v_s^2}{2} \left(1 + \lambda \frac{L_s}{d} + \zeta_{ss} \right) = 1000 \cdot 9,81 \cdot 5 + \frac{1000 \cdot 1,27^2}{2} \left(1 + 0,02 \frac{10}{0,1} + 8 \right) = 57920 \text{ Pa}$$

$$p_{ps} \approx 58 \text{ kPa}$$

Zad. 2.2. Pompa czerpie wodę ze studni. Podciśnienie w króćcu ssawnym $p_{ps} = 30 \text{ kPa}$, nadciśnienie w króćcu tłocznym $p_{nt} = 380 \text{ kPa}$, przepływomierz wykazuje natężenie przepływu $Q = 0,005 \text{ m}^3/\text{s}$. Średnice przewodu ssawnego i tłocznego wynoszą odpowiednio $d_s = 75 \text{ mm}$ i $d_t = 60 \text{ mm}$. Obliczyć chwilową wysokość podnoszenia i moc użyteczną pompy, Wyznaczyć rzeczywisty współczynnik oporu liniowego w przewodzie ssawnym, wiedząc że długość tego przewodu $L_s = 4 \text{ m}$, a współczynnik oporu miejscowego w filtrze ssawnym $\zeta_{ss} = 7$. Określić też udział energii kinetycznej nadanej wodzie płynącej przewodem tłocznym w całkowitej energii dostarczanej przez pompę



Rys. 2.2

Rozwiązanie

Całkowitą wysokość podnoszenia można wyznaczyć przez sumowanie przyrostów wszystkich postaci energii cieczy między początkiem i końcem instalacji (jak w poprzednim zadaniu), ale równie dobrze można ją wyznaczyć przez pomiary dokonane w króćcu ssawnym (s) i tłocznym (t). „Wysięk” pompy jest bowiem dokładnie zobrazowany przez różnice parametrów płynu między króćcem ssawnym i

króćcem tłocznym. Formułując równanie Bernoulliego dla przekrojów (s) i (t) można doprowadzić do wyznaczenia całkowitej wysokości podnoszenia dawanej przez pompę. Należy w tym celu zauważyć, że na drodze (s)-(t) nie zachodzą straty energii, lecz przyrost energii reprezentowany przez całkowitą wysokość podnoszenia, co odnotowuje się po lewej stronie równania:

$$\frac{v_s^2}{2g} + \frac{p_s}{\rho \cdot g} + z_s + H_c = \frac{v_t^2}{2g} + \frac{p_t}{\rho \cdot g} + z_t$$

Po przekształceniu otrzymamy:

$$H_c = \frac{v_t^2 - v_s^2}{2g} + \frac{p_t - p_s}{\rho \cdot g} + z_t - z_s$$

Podstawienia do tego równania:

- średnia prędkość cieczy w króćcu ssawnym: $v_s = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_s^2} = \frac{4 \cdot 0,005}{\pi \cdot 0,075^2} = 1,132 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,
- średnia prędkość cieczy w króćcu tłocznym: $v_t = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_t^2} = \frac{4 \cdot 0,005}{\pi \cdot 0,06^2} = 1,768 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,
- ciśnienie absolutne w króćcu ssawnym: $p_s = p_{at} - p_{ps}$,
- ciśnienie absolutne w króćcu tłocznym: $p_t = p_{at} + p_{nt}$,
- różnica ciśnień $p_t - p_s = p_{nt} + p_{ps} = 380000 + 30000 = 410000 \text{ Pa}$
- różnica wysokości usytuowania przekrojów (t) i (s): $z_t - z_s = 0,2 \text{ m}$.

$$H_c = \frac{1,768^2 - 1,132^2}{2 \cdot 9,81} + \frac{410000}{1000 \cdot 9,81} + 0,2 = 42 \text{ m}$$

Moc użyteczna pompy jest określona zależnością:

$$P_u = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H_c = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,005 \cdot 42 = 2060 \text{ W} = 2,06 \text{ kW}$$

Rzeczywisty współczynnik oporu liniowego w przewodzie ssawnym można wyznaczyć, jeśli jest wiadoma rzeczywista wartość strat w tym przewodzie. Określimy ją na podstawie równania Bernoulliego opisującego stan energetyczny na początku i na końcu przewodu ssawnego, czyli w przekrojach (d) i (s):

$$\frac{v_d^2}{2g} + \frac{p_d}{\rho \cdot g} + z_d = \frac{v_s^2}{2g} + \frac{p_s}{\rho \cdot g} + z_s + \Sigma \Delta h_{d-s},$$

Przy czym straty w przewodzie ssawnym są wyrażone zależnością:

$$\Sigma \Delta h_{d-s} = \frac{v_s^2}{2g} \cdot \left(\lambda_s \frac{L_s}{d_s} + \zeta_{ss} \right)$$

Po podstawieniu i przekształceniu otrzymuje się:

$$\lambda_s = \frac{d_s}{L_s} \cdot \left[\frac{2 \cdot (p_d - p_s)}{\rho \cdot v_s^2} - \frac{2g \cdot (z_s - z_d)}{v_s^2} - \zeta_{ss} - 1 \right]$$

Podstawienia do tego równania:

- ciśnienie absolutne w przekroju (d): $p_d = p_{at}$,
- ciśnienie absolutne w króćcu ssawnym: $p_s = p_{at} - p_{ps}$,

- różnica ciśnień: $p_d - p_s = p_{ps} = 30000 \text{ Pa}$,
- średnia prędkość cieczy w króćcu ssawnym: $v_s = 1,132 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,
- różnica wysokości usytuowania przekrojów (s) i (d): $z_s - z_d = 1,8 \text{ m}$.

W wyniku obliczenia otrzymamy:

$$\lambda_s = \frac{0,075}{4} \cdot \left[\frac{2 \cdot 30000}{1000 \cdot 1,132^2} - \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 1,8}{1,132^2} - 7 - 1 \right] = 0,039$$

W celu określenia stosunku energii kinetycznej wody w przewodzie tłocznym do całkowitej energii nadanej wodzie przez pompę, obliczmy najpierw tzw. „wysokość” energii kinetycznej w przewodzie tłocznym:

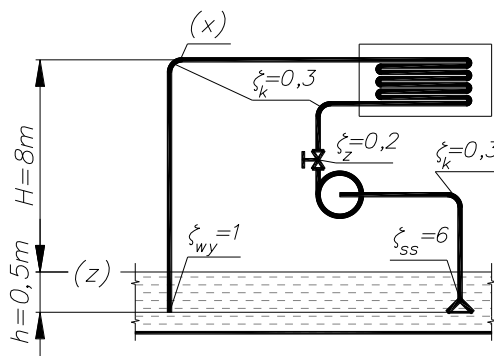
$$H_k = \frac{v_t^2}{2g} = \frac{1,768^2}{2 \cdot 9,81} = 0,159 \text{ m}$$

Energia nadana wodzie przez pompę jest reprezentowana przez całkowitą wysokość podnoszenia. Wobec tego poszukiwany stosunek wynosi:

$$\frac{H_k}{H_c} = \frac{0,159}{42} = 0,0038 \approx 4 \text{ promille}$$

Łatwo zauważyć, jak niewielki jest ten udział.

Zad. 2.3. Przedstawiona instalacja wodna służy do zasilania chłodnicy. Wyznaczyć wymaganą całkowitą wysokość podnoszenia pompy. W którym punkcie części tłocznej rurociągu występuje najmniejsza wartość ciśnienia? Ile wynosi ta wartość? Czy jest ona dopuszczalna? Dane: natężenie przepływu $Q = 0,006 \text{ m}^3/\text{s}$, temperatura wody za chłodnicą $t = 60^\circ\text{C}$, średnica wewnętrzna przewodów $d = 63,6 \text{ mm}$, długość przewodu ssawnego $L_s = 2 \text{ m}$, łączna długość przewodów (poza chłodnicą) $\Sigma L = 82 \text{ m}$, współczynnik oporu liniowego $\lambda = 0,025$, ciśnienie atmosferyczne $p_{at} = 1000 \text{ hPa}$, strata ciśnienia w chłodnicy jest dana równaniem: $\Delta p_{ch} = 1,2 \cdot 10^9 Q^2 [\text{Pa}]$.



Rys. 2.3

Rozwiązanie

Całkowita wysokość podnoszenia jest określana za pomocą wzoru:

$$H_c = H_g + \frac{p_g - p_d}{\rho \cdot g} + \frac{v_g^2 - v_d^2}{2g} + \Sigma \Delta h$$

Układ obiegowy (a taki jest przedstawiony na rysunku) charakteryzuje się tym, że woda wraca do tego samego zbiornika, z którego jest czerpana. Nie można więc tu wyróżnić poziomu zbiornika dolnego

(czterpalnego) i górnego. Nie występuje więc geometryczna wysokość podnoszenia, nie ma różnic ciśnień ani różnic prędkości w początkowym i końcowym punkcie obiegu. Cała praca pompy jest przeznaczona na pokonanie oporów przepływu.

$$H_c = \Sigma \Delta h$$

Na opory przepływu składają się opory liniowe w części rurociągu widocznej poza chłodnicą, opory miejscowe w oznaczonych punktach oraz opory przepływu przez samą chłodnicę. Te ostatnie są podane w postaci straty ciśnienia, ale łatwo można je przeliczyć na wysokość straty ciśnienia:

$$\Delta h_{ch} = \frac{\Delta p_{ch}}{\rho \cdot g}$$

Zatem suma wysokości strat wynosi:

$$\Sigma \Delta h = \frac{v^2}{2g} \cdot \lambda \frac{\Sigma L}{d} + \frac{v^2}{2g} \cdot \Sigma \zeta + \frac{\Delta p_{ch}}{\rho \cdot g} = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{\Sigma L}{d} + \Sigma \zeta \right) + 1,2 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q^2}{\rho \cdot g}$$

Potrzebna jest prędkość przepływu przez rurociąg:

$$v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,006}{\pi \cdot 0,0636^2} = 1,89 \frac{m}{s}$$

Całkowita wysokość podnoszenia wynosi więc:

$$H_c = \Sigma \Delta h = \frac{1,89^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \left(0,025 \cdot \frac{82}{0,0636} + (6 + 0,3 + 0,2 + 2 \cdot 0,3 + 1) \right) + 1,2 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q^2}{1000 \cdot 9,81} = 11,75 \text{ m}$$

Ciśnienie w rurociągu jest tym niższe, im dalej za pompą leży rozważany punkt oraz im wyższe jest jego położenie. Wynika z tego, że w przedstawionym układzie, najniższego ciśnienia należy spodziewać się w lewym górnym narożu szkicu. Oznaczmy ten punkt literą x. Ciśnienie w tym punkcie (p_x) można wyznaczyć z równania Bernoulliego zapisanego dla tego punktu oraz dla poziomu lustra wody w zbiorniku (oznaczonego z i przyjętego jako poziom odniesienia):

$$\frac{\rho \cdot v_x^2}{2} + p_x + \rho \cdot g \cdot z_x = \frac{\rho \cdot v_z^2}{2} + p_z + \rho \cdot g \cdot z_z + \Delta p_{x-z}$$

Podstawienia do tego równania:

- średnia prędkość cieczy w przekroju (x): $v_x = v = 1,89 \frac{m}{s}$,
- wysokość usytuowania przekroju nad poziomem odniesienia: $z_x = H = 8m$,
- średnia prędkość cieczy w przekroju (z): $v_z \approx 0$,
- ciśnienie absolutne na poziomie (z): $p_z = p_{at}$,
- wysokość usytuowania przekroju nad poziomem odniesienia: $z_z = 0$,
- strata ciśnienia na odcinku od punktu x do zbiornika:

$$\Delta p_{x-z} = \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot \left(\lambda \frac{H+h}{d} + \Sigma \zeta \right)$$

Po przekształceniach i podstawieniach otrzymujemy:

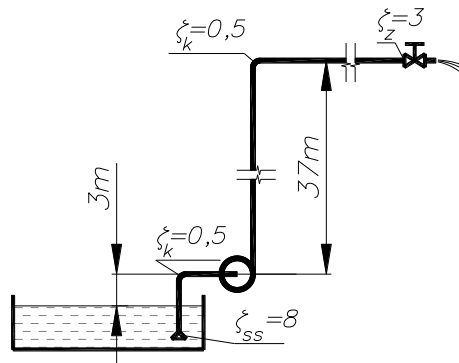
$$p_x = p_{at} - \rho \cdot g \cdot H + \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot \left(\lambda \frac{H+h}{d} - 1 + \Sigma \zeta \right)$$

$$p_x = 100000 - 9810 \cdot 8 + \frac{1000 \cdot 1,89^2}{2} \cdot \left[0,025 \cdot \frac{8+0,5}{0,0636} - 1 + (0,3+1) \right] = 28023 \text{ Pa}$$

$$P_x \approx 28 \text{ kPa}$$

W temperaturze 60°C ciśnienie pary nasyconej wynosi ok. 20 kPa, więc nie grozi zakłócenie przepływu (kawitacja) w rozważanej instalacji.

Zad. 2.4. Jaka jest prędkość wypływu wody z przewodu tłocznego, jeśli nadciśnienie w króćcu tłocznym pompy p_{nt} jest równe 625 kPa? Obliczyć też podciśnienie w króćcu ssawnym. Średnica przelotu przewodu tłocznego $d_t = 60 \text{ mm}$, a jego długość $L_t = 125 \text{ m}$. Średnica przelotu przewodu ssawnego $d_s = 80 \text{ mm}$, a jego długość $L_s = 5 \text{ m}$. Przyjąć współczynnik oporu liniowego λ równy 0,03.



Rys. 2.4

Rozwiązanie

Nadciśnienie w króćcu tłocznym informuje o wielkości energii cieczy po opuszczeniu pompy, a znajomość tej energii pozwala obliczyć prędkość wypływu z przewodu tłocznego. Należy zapisać równanie Bernoulliego dla dwóch punktów: w króćcu tłocznym (t) i na wylocie z instalacji (g):

$$\frac{\rho \cdot v_t^2}{2} + p_t + \rho \cdot g \cdot z_t = \frac{\rho \cdot v_g^2}{2} + p_g + \rho \cdot g \cdot z_g + \Delta p_{t-g}$$

Jako poziom odniesienia przyjmijmy poziom lustra cieczy w zbiorniku.

Podstawienia do równania Bernoulliego:

- średnia prędkość cieczy: $v_t \approx v_g$,
- ciśnienie absolutne w przekroju (t): $p_t = p_{at} + p_{nt}$,
- wysokość geometryczna usytuowania przekroju (t) nad poziomem odniesienia: $z_t = 3 \text{ m}$,
- ciśnienie absolutne w miejscu wylotu $p_g = p_{at}$
- wysokość geometryczna usytuowania wylotu nad poziomem odniesienia: $z_g = 40 \text{ m}$,
- strata ciśnienia w przewodzie tłocznym: $\Delta p_{t-g} = \frac{\rho \cdot v_t^2}{2} \cdot \left(\lambda \frac{L_t}{d_t} + \sum \zeta_{t-g} \right)$

Równanie rozwiązujemy ze względu na v_t . Po podstawieniach i przekształceniach otrzymujemy:

$$v_t = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{p_{nt} - \rho \cdot g \cdot (z_g - z_t)}{\rho}}{\lambda \cdot \frac{L_t}{d_t} + \sum \zeta_{t-g}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{625000 - 9810 \cdot (40 - 3)}{1000}}{0,03 \cdot \frac{125}{0,06} + (0,5 + 3)}} = 2,818 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Wartość podciśnienia w króćcu ssawnym p_{ps} może być określona na podstawie porównania energii na poziomie lustra cieczy w zbiorniku (d) i energii w króćcu ssawnym (s). Jako poziom odniesienia przyjmijmy poziom lustra cieczy.

$$\frac{\rho \cdot v_d^2}{2} + p_d + \rho \cdot g \cdot z_d = \frac{\rho \cdot v_s^2}{2} + p_s + \rho \cdot g \cdot z_s + \Delta p_{d-s}$$

Podstawienia do równania:

- średnia prędkość cieczy na poziomie (d): $v_d \cong 0$,
- ciśnienie absolutne na poziomie (d): $p_d = p_{at}$,
- wysokość geometryczna usytuowania poziomu (d) nad poziomem odniesienia: $z_d = 0$,
- ciśnienie absolutne w króćcu ssawnym $p_s = p_{at} - p_{ps}$
- wysokość geometryczna usytuowania króćca ssawnego: $z_s = 3 \text{ m}$,
- strata ciśnienia w przewodzie ssawnym: $\Delta p_{d-s} = \frac{\rho \cdot v_s^2}{2} \cdot \left(\lambda \frac{L_s}{d_s} + \sum \zeta_{d-s} \right)$

Nie dysponujemy wartością natężenia przepływu, ale tym niemniej średnia prędkość cieczy w króćcu ssawnym może być obliczona na podstawie równania ciągłości przepływu. Wynika z niego odwrotna proporcjonalność prędkości do pola przekroju przewodu.

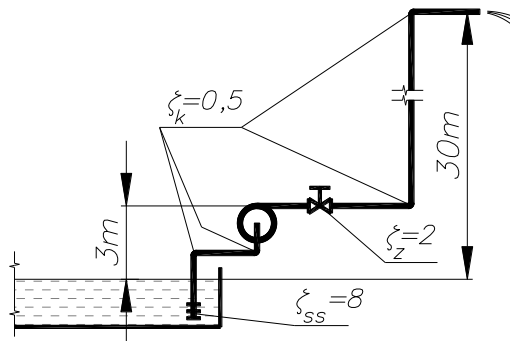
$$v_s = v_t \frac{A_{tt}}{A_{ts}} = v_t \frac{d_t^2}{d_s^2} = v_t \left(\frac{d_t}{d_s} \right)^2$$

Po wymienionych podstawieniach otrzymamy wartość szukanego podciśnienia:

$$\begin{aligned} p_{ps} &= \rho \cdot g \cdot z_s + \frac{\rho \cdot v_t^2}{2} \cdot \left(\frac{d_t}{d_s} \right)^4 \cdot \left[1 + \lambda \cdot \frac{L_s}{d_s} + \sum \zeta_{d-s} \right] = \\ &= 9810 \cdot 3 + \frac{1000 \cdot 2,818^2}{2} \cdot \left(\frac{0,06}{0,08} \right)^4 \cdot \left[1 + 0,03 \cdot \frac{5}{0,08} + (8 + 0,5) \right] = 43720 \text{ Pa} = 43,7 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Zadania do samodzielnego rozwiązania

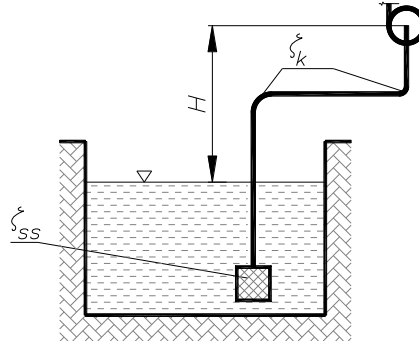
Zad. 2.5. Układ pompowy podaje wodę na wysokość 30 m z wydajnością 0,01 m³/s przewodami o średnicy 80 mm. Współczynnik strat liniowych wynosi 0,03. Długość przewodu ssawnego wynosi 5 m, a tłoczego 45 m. Współczynniki oporów miejscowych są podane na rysunku. Obliczyć całkowitą wysokość podnoszenia i nadciśnienie w króćcu tłocznym.



Rys. 2.5

Odpowiedź: $H_c = 36,4 \text{ m}$, $p_{nt} = 304 \text{ kPa}$

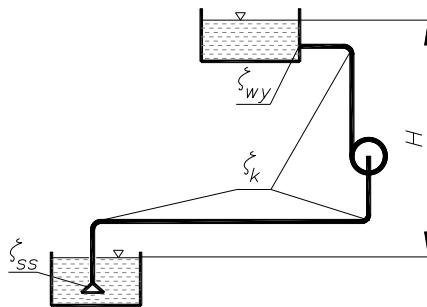
Zad. 2.6. Jakie może być najwyższe położenie osi pompy nad lustrem wody (rys. 2.6), jeśli podciśnienie w komorze ssącej nie może być większe niż 0,05 MPa, przy natężeniu przepływu równym $20 \text{ dm}^3/\text{s}$? Długość przewodu ssącego jest równa 12 m, jego wewnętrzna średnica = 120 mm, współczynnik strat liniowych $\lambda = 0,03$, współczynniki strat miejscowych $\zeta_{ss} = 5$, $\zeta_k = 0,25$.



Rys. 2.6

Odpowiedź: $H = 3,58 \text{ m}$

Zad. 2.7. Wyznaczyć całkowitą wysokość podnoszenia oraz moc użyteczną pompy wody pracującej w przedstawionym układzie. Wydatek = $0,3 \text{ m}^3/\text{min}$, $H = 15 \text{ m}$, wewnętrzna średnica przewodów = 60 mm, łączna długość przewodów = 26 m, lepkość kinematyczna wody o temperaturze 15°C wynosi $1,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, średnia wysokość chropowatości wewnętrznej rur = 0,5 mm, współczynniki strat miejscowych: $\zeta_{ss} = 10$, $\zeta_k = 0,3$, $\zeta_{wy} = 8$.



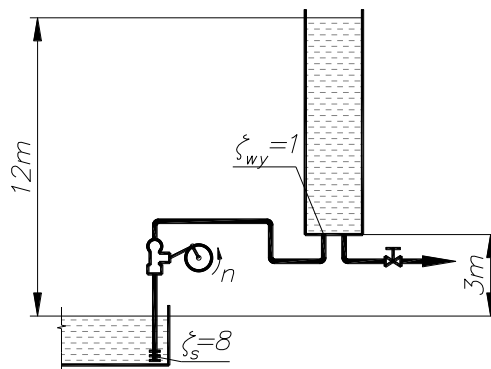
Rys. 2.7

Odpowiedź: $H_c = 20,4 \text{ m}$, $P = 1,0 \text{ kW}$.

3. POMPY WYPOROWE TŁOKOWE

Zad. 3.1. Jednocylindrowa pompa napełnia wodą zbiornik o pojemności $V = 4,8 \text{ m}^3$. Wyznaczyć czas napełniania pustego zbiornika przy zamkniętym odpływie. Obliczyć moc pobieraną przez pompę na początku i na końcu napełniania.

Dane: Średnica tłoka pompy $D = 150 \text{ mm}$, długość ramienia korby $r = 125 \text{ mm}$, prędkość obrotowa korby $n = 117 \text{ obr/min.}$, długość przewodu ssawnego $L_s = 3 \text{ m}$, długość przewodu tłocznego $L_t = 17 \text{ m}$, średnica wewnętrzna przewodów $d = 72 \text{ mm}$. Przyjąć: współczynnik lepkości kinematycznej wody $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, chropowatość rur $k = 0,6 \text{ mm}$, współczynniki oporów miejscowych w kolanach instalacji ζ_k równe $0,4$, inne współczynniki oporów miejscowych według rysunku, sprawność objętościową pompy $\eta_v = 0,93$, sprawność hydrauliczną $\eta_h = 0,9$ oraz mechaniczną $\eta_m = 0,92$.



Rys. 3.1

Rozwiązanie

Jeśli odpływ ze zbiornika jest zamknięty, to czas napełniania zbiornika zależy tylko od wydajności pompy i pojemności zbiornika. Rzeczywista wydajność pompy jest określona wzorem:

$$Q = k_c \cdot A_n \cdot s \cdot \frac{n}{60} \cdot \eta_v$$

Uwzględniając zależność pola powierzchni tłoka od jego średnicy oraz zależność skoku tłoka od długości ramienia korby ($s=2r$) otrzymujemy:

$$Q = k_c \cdot \frac{\pi \cdot D^2 \cdot r \cdot n}{120} \cdot \eta_v = 1 \cdot \frac{\pi \cdot 0,15^2 \cdot 0,125 \cdot 117}{120} \cdot 0,93 = 8,01 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Czas napełniania wyniesie więc:

$$T = \frac{V}{Q} = \frac{4,8}{8,01 \cdot 10^{-3}} = 599 \text{ s} \approx 10 \text{ min}$$

Do wyznaczenia mocy pobieranej przez pompę (tzn. mocy napędu) niezbędna jest znajomość zarówno wydajności, jak i całkowitej wysokości podnoszenia pompy. Całkowita wysokość podnoszenia może być obliczona z zależności:

$$H_c = H_g + \frac{p_g - p_d}{\rho \cdot g} + \frac{v_g^2 - v_d^2}{2g} + \Sigma \Delta h,$$

gdzie indeksy d i g odnoszą się do poziomu cieczy w dolnym i górnym zbiorniku. W sytuacji przedstawionej na rysunku 3.1 zauważamy co następuje:

- geometryczna wysokość podnoszenia H_g jest różna na początku i na końcu napełniania zbiornika; na początku wynosi ona $H_{gp} = 3 \text{ m}$, a na końcu $H_{gk} = 12 \text{ m}$.
- $p_d \cong p_g$

- $v_d \cong v_g \cong 0$
- suma wysokości strat ciśnienia w przewodzie ssawnym i tłocznym:

$$\Sigma \Delta h = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L_s + L_t}{d} + \Sigma \zeta \right)$$

Obliczenie wysokości strat będzie możliwe po określeniu prędkości transportu wody i współczynnika oporów liniowych.

Prędkość wody w rurociągu:

$$v = \frac{Q}{A_r} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 8,01 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,072^2} = 1,967 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Liczba Reynoldsa:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{1,967 \cdot 0,072}{1 \cdot 10^{-6}} = 142000$$

Względna gładkość przewodu, czyli iloraz d/k , wynosi: $\frac{d}{k} = \frac{72 \text{ mm}}{0,6 \text{ mm}} = 120$

Dysponując tymi wartościami znajdujemy na wykresie Nikuradsego $\lambda = 0,036$. Wobec tego suma wysokości strat ciśnienia wynosi:

$$\Sigma \Delta h = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L_s + L_t}{d} + \Sigma \zeta \right) = \frac{1,967^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \left[0,036 \frac{3+17}{0,072} + (8 + 4 \cdot 0,4 + 1) \right] = 4,06 \text{ m}$$

Wreszcie możemy obliczyć całkowitą wysokość podnoszenia:

- na początku napełniania:

$$H_{cp} = H_{gp} + \Sigma \Delta h = 3 + 4,06 = 7,06 \text{ m}$$

- na końcu napełniania:

$$H_{ck} = H_{gk} + \Sigma \Delta h = 12 + 4,06 = 16,06 \text{ m}$$

i moc pobieraną przez pompę:

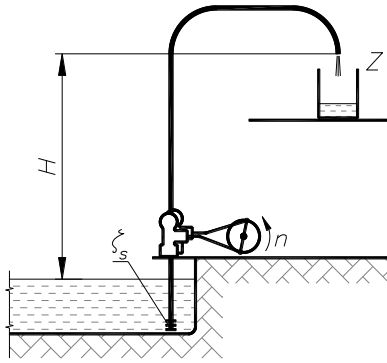
- na początku napełniania:

$$P_{nap.p} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_{cp}}{\eta_v \cdot \eta_h \cdot \eta_m} = \frac{9810 \cdot 8,01 \cdot 10^{-3} \cdot 7,06}{0,93 \cdot 0,9 \cdot 0,92} = 720 \text{ W} = 0,72 \text{ kW}$$

- na końcu napełniania:

$$P_{nap.k} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_{ck}}{\eta_v \cdot \eta_h \cdot \eta_m} = \frac{9810 \cdot 8,01 \cdot 10^{-3} \cdot 16,06}{0,93 \cdot 0,9 \cdot 0,92} = 1639 \text{ W} = 1,64 \text{ kW}$$

Zad. 3.2. Dwucylindrowa pompa jednostronnego działania napełnia trzystylitrowy zbiornik „Z” wodą w ciągu dwóch minut. Średnica tłoków pompy $D = 120 \text{ mm}$, długość ramienia korby $r = 90 \text{ mm}$, prędkość obrotowa korby $n = 40 \text{ obr/min}$. Wyznaczyć wydajność teoretyczną oraz sprawność objętościową pompy. Obliczyć zapotrzebowanie mocy napędu. Pozostałe dane: wysokość $H = 35 \text{ m}$, długość przewodu ssawnego $L_s = 15 \text{ m}$, długość przewodu tłocznego $L_t = 45 \text{ m}$, średnica przelotu przewodów $d = 45 \text{ mm}$, współczynnik oporu liniowego przewodów $\lambda = 0,025$, współczynnik oporu miejscowego filtra ssawnego $\zeta_s = 7$, iloczyn sprawności hydraulicznej i mechanicznej pompy $\eta_h \cdot \eta_m$ wynosi $0,8$.



Rys. 3.2

Rozwiązanie

Wydajność teoretyczna wynika z parametrów geometrycznych i ruchowych pompy:

$$Q_t = k_c \cdot A_n \cdot s \cdot \frac{n}{60} = k_c \cdot \frac{\pi \cdot D^2 \cdot r \cdot n}{120} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,12^2 \cdot 0,09 \cdot 40}{120} = 0,00271 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Sprawność objętościowa pompy η_v jest ilorazem wydajności rzeczywistej i wydajności teoretycznej. Wydajność rzeczywistą łatwo określimy na podstawie czasu napełniania zbiornika o wiadomej pojemności..

$$Q = \frac{V}{T} = \frac{300 \text{ dm}^3}{2 \text{ min}} = \frac{0,3 \text{ m}^3}{120 \text{ s}} = 0,0025 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Sprawność objętościowa wynosi więc:

$$\eta_v = \frac{Q}{Q_t} = \frac{0,0025}{0,00271} = 0,9225 \approx 92\%$$

Przed obliczeniem mocy napędu niezbędna jest znajomość całkowitej wysokości podnoszenia:

$$H_c = H_g + \frac{p_g - p_d}{\rho \cdot g} + \frac{v_g^2 - v_d^2}{2g} + \Sigma \Delta h$$

gdzie indeks d odnosi się do poziomu cieczy w dolnym zbiorniku, natomiast indeks g oznacza parametry właściwe dla przekroju wylotowego z przewodu zasilającego zbiornik. W sytuacji przedstawionej na rysunku 3.2 zauważamy, że:

- geometryczna wysokość podnoszenia H_g jest równa H .
- $p_d \cong p_g$
- $v_d \cong 0$
- prędkość v_g jest równa prędkości transportu wody przez przewód v :

$$v = \frac{Q}{A_r} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,0025}{\pi \cdot 0,045^2} = 1,57 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- suma wysokości strat ciśnienia w przewodzie ssawnym i tłocznym:

$$\Sigma \Delta h = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L_s + L_t}{d} + \Sigma \zeta \right)$$

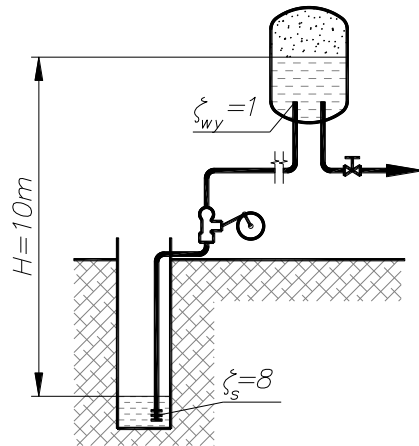
Całkowita wysokość podnoszenia wynosi:

$$H_c = H_g + \Sigma \Delta h = H_g + \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L_s + L_t}{d} + \Sigma \zeta \right) = 35 + \frac{1,57^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \left[1 + 0,025 \frac{15 + 45}{0,045} + 7 \right] = 40,2 \text{ m}$$

Wobec tego moc pobierana przez pompę:

$$P_{\text{nap}} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_c}{\eta_v \cdot (\eta_h \cdot \eta_m)} = \frac{9810 \cdot 0,0025 \cdot 40,2}{0,92 \cdot 0,8} = 1339 \text{ W} = 1,34 \text{ kW}$$

Zad. 3.3. Pompa tłokowa jednocylindrowa przetłacza wodę ze studni do zbiornika ciśnieniowego, w którym nadciśnienie powietrza może osiągać $p_n = 1 \text{ MPa}$. Wyznaczyć całkowitą wysokość podnoszenia pompy w momencie dochodzenia do tego ciśnienia, obliczyć sprawność objętościową pompy i wyznaczyć iloczyn sprawności hydraulicznej i mechanicznej. W chwili osiągnięcia nadciśnienia 1 MPa silnik pobiera moc $P = 3,345 \text{ kW}$. Średnia prędkość przepływu w przewodzie tłocznym $v_t = 1,2 \text{ m/s}$. Prędkość obrotowa korby $n = 67 \text{ obr/min}$, średnica nurnika $D = 110 \text{ mm}$, długość ramienia korby $r = 120 \text{ mm}$. Długość przewodów od ssaka do zbiornika $L = 25 \text{ m}$, średnica przewodów $d = 50 \text{ mm}$, współczynnik oporu liniowego $\lambda = 0,03$, współczynnik strat w kolanach $= 0,3$.



Rys. 3.3

Rozwiązanie

Całkowita wysokość podnoszenia jest obliczana według wzoru:

$$H_c = H_g + \frac{p_g - p_d}{\rho \cdot g} + \frac{v_g^2 - v_d^2}{2g} + \Sigma \Delta h$$

Gdzie indeksy d i g odnoszą się do poziomu cieczy w dolnym i górnym zbiorniku. W sytuacji przedstawionej na rysunku 3.3 zauważamy, że:

- geometryczna wysokość podnoszenia H_g jest równa $H = 10 \text{ m}$.
- $p_d \cong p_{at}$,
- $p_g \cong p_{at} + p_n$,
- $v_d \cong v_g \cong 0$,
- średnia prędkość przepływu w przewodzie ssawnym nie różni się znacząco od prędkości przepływu w przewodzie tłocznym, ponieważ średnice przewodów są jednakowe; można dla całego układu pompowego przyjąć $v = v_t$,
- suma wysokości strat ciśnienia w przewodzie ssawnym i tłocznym: $\Sigma \Delta h = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right)$.

Po zastosowaniu tych podstawień, przyjmując nadciśnienie $p_n = 1 \text{ MPa}$, otrzymujemy:

$$H_c = H + \frac{p_n}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right) = 10 + \frac{1 \cdot 10^6}{9810} + \frac{1,2^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \left[0,03 \frac{25}{0,05} + (8 + 1 + 4 \cdot 0,3) \right] = 113,8 \text{ m}$$

W celu obliczenia sprawności objętościowej musimy znać wydajność teoretyczną i wydajność rzeczywistą. Wydajność teoretyczną określimy na podstawie parametrów geometrycznych i

ruchowych pompy, zaś wydajność rzeczywistą można obliczyć na podstawie prędkości przepływu przez przewód o wiadomej średnicy przelotu.

Wydajność teoretyczna:

$$Q_t = k_c \cdot A_n \cdot s \cdot \frac{n}{60} = k_c \cdot \frac{\pi \cdot D^2 \cdot r \cdot n}{120} = 1 \cdot \frac{\pi \cdot 0,11^2 \cdot 0,12 \cdot 67}{120} = 2,547 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Wydajność rzeczywista:

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v = \frac{\pi \cdot 0,05^2}{4} \cdot 1,2 = 2,356 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Sprawność objętościowa:

$$\eta_v = \frac{Q}{Q_t} = \frac{2,356}{2,547} = 0,925 = 92,5\%$$

Iloczyn pozostałych dwóch sprawności będzie można obliczyć, gdy będziemy znali całkowitą sprawność pompy. Dysponujemy mocą pobieraną przez pompę w chwili osiągania określonego nadciśnienia. Potrzebna jest więc jeszcze moc użyteczna pompy w tych samych warunkach.

$$P = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H_c = 9810 \cdot 2,356 \cdot 10^{-3} \cdot 113,8 = 2630 \text{ W}$$

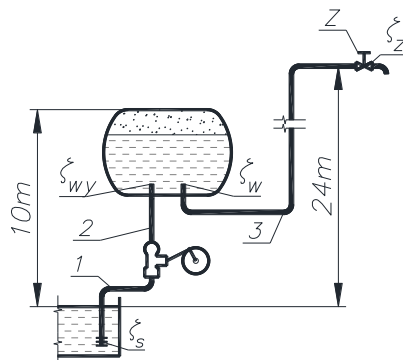
Całkowita sprawność pompy (moce podstawione w watach):

$$\eta = \frac{P}{P_{\text{nap}}} = \frac{2630}{3345} = 0,7863$$

Iloczyn sprawności hydraulicznej i mechanicznej:

$$\eta_h \cdot \eta_m = \frac{\eta}{\eta_v} = \frac{0,7863}{0,925} = 0,85 = 85\%$$

Zad. 3.4. Jakie nadciśnienie p_{nz} występuje w zamkniętym zaworze Z, gdy pracująca w tej instalacji jednocyldrowa pompa jest napędzana z mocą $P_{\text{nap}} = 4,15 \text{ kW}$ przy prędkości obrotowej $n = 80 \text{ obr/min}$. Sprawność objętościowa pompy $\eta_v = 0,95$, zaś sprawność hydrauliczną η_h jak i mechaniczną η_m można oszacować na 92%. Średnica nurnika pompy D jak i długość ramienia korby $r = 130 \text{ mm}$, długość przewodu „1” (L_1) = 3 m, długość przewodu „2” (L_2) = 9 m a długość przewodu „3” (L_3) = 35 m, średnica przewodów $d = 50 \text{ mm}$, współczynniki oporu miejscowego: $\zeta_s = 7$, $\zeta_{wy} = 1$, $\zeta_w = 1$, $\zeta_z = 1,5$, współczynniki oporu w kolanach = 0,3, współczynnik oporu liniowego $\lambda = 0,35$.



Rys. 3.4

Rozwiązanie

Nadciśnienie w instalacji jest zależne od całkowitej wysokości podnoszenia H_c charakteryzującej

pompę. Powinniśmy więc określić H_c . Jest to możliwe na podstawie znanej mocy napędu i rzeczywistej wydajności, którą musimy najpierw wyznaczyć:

$$Q = k_c \cdot A_n \cdot s \cdot \frac{n}{60} \cdot \eta_v = k_c \cdot \frac{\pi \cdot D^2 \cdot r \cdot n}{120} \cdot \eta_v = 1 \cdot \frac{\pi \cdot 0,13^2 \cdot 0,13 \cdot 80}{120} \cdot 0,95 = 4,371 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Całkowita wysokość podnoszenia wynosi:

$$H_c = \frac{P_{\text{nap}}}{\rho \cdot g \cdot Q} \cdot \eta_v \cdot \eta_h \cdot \eta_m = \frac{4150}{9810 \cdot 4,371 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,95 \cdot 0,92 \cdot 0,92 = 77,82 \text{ m}$$

Całkowita wysokość podnoszenia jest „rozdysonowana” na podniesienie geometryczne wody, zwiększenie jej prędkości, pokonanie strat przepływu i wreszcie na powiększenie ciśnienia:

$$H_c = H_z + \frac{p_z - p_d}{\rho \cdot g} + \frac{v_z^2 - v_d^2}{2g} + \Sigma \Delta h,$$

gdzie indeks d odnosi się do poziomu cieczy w dolnym zbiorniku, natomiast indeks z oznacza parametry właściwe dla wlotowej strony zaworu „Z”. Na rysunku 3.4 zauważamy, że:

- geometryczna wysokość podnoszenia do poziomu zaworu „Z” H_z jest równa 24 m
- $p_d = p_{\text{at}}$
- $p_z = p_{\text{at}} + p_{\text{nz}}$
- $v_d \cong v_z \cong 0$
- $\Sigma \Delta h$ jest sumą wysokości strat ciśnienia tylko w przewodach (1) i (2), ponieważ przy zamkniętym zaworze „Z” nie zachodzi przepływ w przewodzie (3):

$$\Sigma \Delta h = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L_1 + L_2}{d} + \Sigma \zeta_{1,2} \right)$$

Do wyznaczenia wysokości strat jest potrzebne określenie prędkości transportu wody:

$$v = \frac{Q}{A_r} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 4,371 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,05^2} = 2,226 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Po zastosowaniu wymienionych podstawień równanie całkowitej wysokości podnoszenia przyjmuje postać:

$$H_c = H_z + \frac{p_{\text{nz}}}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L_1 + L_2}{d} + \Sigma \zeta_{1,2} \right),$$

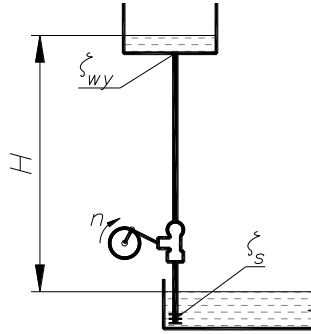
z której można wyznaczyć poszukiwane nadciśnienie w zaworze „Z”:

$$\begin{aligned} p_{\text{nz}} &= \rho \cdot g \cdot (H_c - H_z) - \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot \left(\lambda \frac{L_1 + L_2}{d} + \Sigma \zeta_{1,2} \right) = \\ &= 9810 \cdot (77,82 - 24) - \frac{1000 \cdot 2,226^2}{2} \cdot \left[0,035 \frac{3+9}{0,05} + (7 + 2 \cdot 0,3 + 1) \right] = 485900 \text{ Pa} \end{aligned}$$

$$p_{\text{nz}} \approx 486 \text{ kPa}$$

Zad. 3.5. Zespół pompowy z pompą jednocylindrową jednostronnego działania powinien zapewniać napełnianie wodą zbiornika o pojemności $V = 480 \text{ l}$ w ciągu dwóch minut. Silnik (napędzający pompę za pośrednictwem przekładni mechanicznej) ma moc $P_{\text{nap}} = 4 \text{ kW}$ i prędkość obrotową $n_s = 970 \text{ obr/min}$. Wyznaczyć odpowiednią prędkość obrotową korby pompy n i przełożenie przekładni napędowej u (tzn. iloraz prędkości obrotowej silnika n_s i prędkości obrotowej korby n). Jak duża może

być różnica H poziomów wody w zbiornikach, jeśli będzie wykorzystana pełna moc silnika? Pozostałe dane: średnica tłoka pompy $D = 150$ mm, długość ramienia korby $r = 120$ mm, średnica przelotu przewodów $d = 60$ mm, współczynniki oporów: $\lambda = 0,03$, $\zeta_s = 7$, $\zeta_{wy} = 1$, sprawność objętościowa pompy $\eta_v = 0,9$, sprawność całkowita pompy $\eta = 0,75$. Przyjąć, że łączna długość przewodów jest zbliżona do odległości H .



Rys. 3.5

Rozwiązanie

Wydajność pompy jest ściśle związana z prędkością obrotową korby, więc mając narzuconą wydajność (poprzez czas napełniania zbiornika) łatwo znajdziemy pożądaną prędkość n .

Żądana wydajność pompy wynosi:

$$Q = \frac{V}{T} = \frac{480 \text{ dm}^3}{2 \text{ min}} = \frac{0,48 \text{ m}^3}{120 \text{ s}} = 0,004 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Przekształcając wzór na wydajność pompy:

$$Q = k_c \cdot A_n \cdot s \cdot \frac{n}{60} \cdot \eta_v = k_c \cdot \frac{\pi \cdot D^2 \cdot r \cdot n}{120} \cdot \eta_v$$

Do postaci:

$$n = \frac{120 \cdot Q}{k_c \cdot \pi \cdot D^2 \cdot r \cdot \eta_v}$$

Znajdujemy prędkość n :

$$n = \frac{120 \cdot 0,004}{1 \cdot \pi \cdot 0,15^2 \cdot 0,12 \cdot 0,9} = 62,9 \frac{\text{obr}}{\text{min}}$$

Przełożenie przekładni u jest ilorazem prędkości obrotowej silnika i prędkości obrotowej korby.

$$u = \frac{n_s}{n} = \frac{970}{62,9} = 15,4$$

Różnica poziomów wody w zbiornikach, czyli geometryczna wysokość podnoszenia, jest częścią całkowitej wysokości podnoszenia, zgodnie ze wzorem:

$$H_c = H_g + \frac{p_g - p_d}{\rho \cdot g} + \frac{v_g^2 - v_d^2}{2g} + \Sigma \Delta h,$$

gdzie indeksy d i g odnoszą się do poziomu cieczy w dolnym i górnym zbiorniku. W sytuacji przedstawionej na rysunku 3.5 zauważamy co następuje:

- geometryczna wysokość podnoszenia H_g jest równa H
- $p_d \cong p_g$
- $v_d \cong v_g \cong 0$
- suma wysokości strat ciśnienia w przewodzie ssawnym i tłocznym: $\Sigma \Delta h = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right),$

przy czym za długość przewodów L przyjmujemy wysokość H .

Obliczenie wysokości strat będzie możliwe po określeniu prędkości transportu wody.

$$v = \frac{Q}{A_r} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,004}{\pi \cdot 0,06^2} = 1,415 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

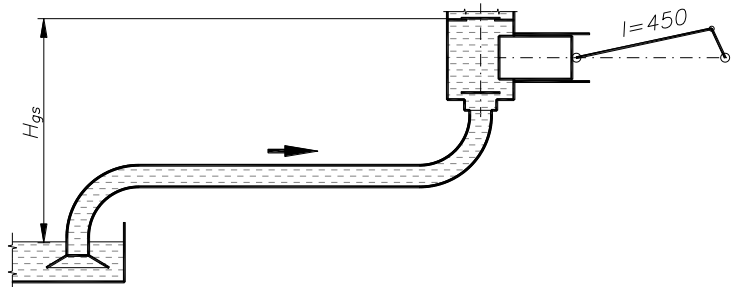
Po zastosowaniu wymienionych podstawień równanie całkowitej wysokości podnoszenia przyjmuje postać:

$$H_c = H_g + \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{H_g}{d} + \Sigma \zeta \right),$$

z której można wyznaczyć poszukiwaną geometryczną wysokość podnoszenia:

$$H_g = \frac{H_c - \frac{v^2}{2g} \cdot \Sigma \zeta}{1 + \lambda \cdot \frac{v^2}{2gd}} = \frac{76,5 - \frac{1,415^2}{2 \cdot 9,81} \cdot (7 + 1)}{1 + 0,03 \cdot \frac{1,415^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,06}} = 72 \text{ m},$$

Zad. 3.6. Obliczyć maksymalną geometryczną wysokość ssania pompy tłokowej jednocyldrowej bez powietrznika przy danych: średnica nurnika $D = 140 \text{ mm}$, skok nurnika $s = 180 \text{ mm}$, długość korbowodu $l = 450 \text{ mm}$, prędkość obrotowa korby $n = 100 \text{ obr/min}$, długość przewodu ssawnego $L_s = 2 \text{ m}$, a średnica jego przelotu $d = 80 \text{ mm}$. Spadek ciśnienia w zaworze ssawnym podczas otwierania przelotu $\Delta p_{zso} = 15 \text{ kPa}$. Temperatura wody $= 20^\circ\text{C}$ (ciśnienie pary wodnej nasyconej w tej temperaturze $p_v = 2334 \text{ Pa}$), ciśnienie atmosferyczne $= 980 \text{ hPa}$.



Rys. 3.6

Rozwiązanie

Maksymalna geometryczna wysokość ssania pompy tłokowej jest określona zależnością:

$$H_{gs\max} = \frac{p_d - p_v}{\rho \cdot g} - \frac{\Delta p_{zso}}{\rho \cdot g} - \frac{L_s \cdot A}{g \cdot A_{rs}} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot (1 + \lambda_k),$$

Oznaczenia i podstawienia:

- p_d – ciśnienie na poziomie lustra cieczy w zbiorniku; $p_d = p_{at} = 980 \text{ hPa}$,
- A – pole przekroju nurnika; $A = 0,25 \cdot \pi \cdot D^2 = 0,0154 \text{ m}^2$,
- A_{rs} – pole prześwitu przewodu ssawnego; $A_{rs} = 0,25 \cdot \pi \cdot d^2 = 5,03 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$,
- ω – prędkość kątowna korby; $\omega = \pi \cdot n / 30 = 10,47 \text{ rad/s}$,
- $r = 0,5 \cdot s = 0,09 \text{ m}$,
- λ_k – współczynnik układu korbowego; $\lambda_k = r/l = 0,2$.

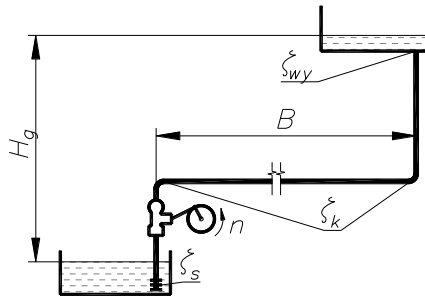
Po dokonaniu wymienionych podstawień obliczamy:

$$H_{gs \max} = \frac{98000 - 2334}{9810} - \frac{15000}{9810} - \frac{2 \cdot 0,0154}{9,81 \cdot 5,03 \cdot 10^{-3}} \cdot 10,47^2 \cdot 0,09 \cdot (1 + 0,2) = 0,86 \text{ m},$$

Jak widać, w pompie bez powietrznika ssawnego jest to wartość bardzo mała.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

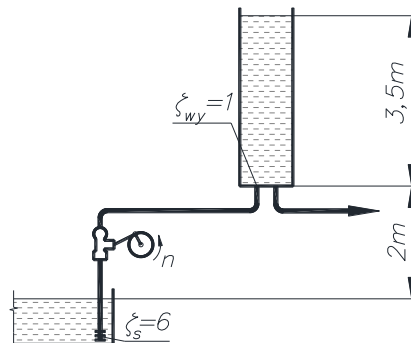
Zad. 3.7. Zespół pompowy z pompą jednocylindrową jednostronnego działania jest napędzany mechanizmem korbowym, pracującym z mocą 3,14 kW przy prędkości obrotowej korby $n = 60$ obr/min. Długość ramienia korby = 120 mm, średnica tłoka wynosi 140 mm. Zbiornik górny jest przesunięty w poziomie względem zbiornika dolnego o odległość $B = 200$ m. Pozostałe dane: średnica przełotu przewodów $d = 60$ mm, współczynniki oporów: $\lambda = 0,03$, $\zeta_s = 7$, $\zeta_{wy} = 1$, $\zeta_k = 0,25$, sprawność objętościowa pompy $\eta_v = 0,9$, sprawność całkowita pompy $\eta = 0,75$. Obliczyć wydajność pompy oraz możliwą do uzyskania geometryczną wysokość podnoszenia H_g przy całkowitym wykorzystaniu mocy silnika.



Rys. 3.7

Odpowiedź: $Q = 3,325 \text{ dm}^3/\text{s}$, $H_g = 62,3 \text{ m}$

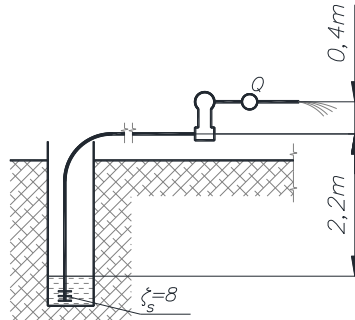
Zad. 3.8. Jednocylindrowa pompa jednostronnego działania napełnia wodą otwarty zbiornik o pojemności 3 m^3 w ciągu 25 minut (przy zamkniętym odpływie). Średnica tłoka pompy = 100 mm, długość ramienia korby = 80 mm, długość przewodu ssawnego = 4 m, długość przewodu tłocznego = 8 m, średnica przełotu przewodów = 40 mm. Obliczyć prędkość obrotową korby oraz moc pobieraną przez pompę na początku i na końcu napełniania. Przyjąć współczynnik lepkości kinematycznej wody równy $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, chropowatość rur 0,35 mm, współczynniki oporów miejscowych w kolnach instalacji równe 0,4, inne współczynniki oporów miejscowych według rysunku, sprawność objętościową pompy 0,93, sprawność hydrauliczną 0,8 i mechaniczną 0,75.



Rys. 3.8

Odpowiedź: $n = 103 \text{ obr/min}$, $P_{\text{nap},1} = 153 \text{ W}$, $P_{\text{nap},2} = 275 \text{ W}$

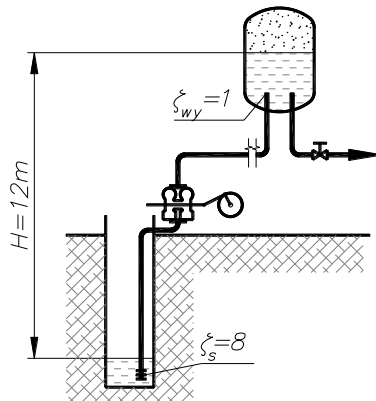
Zad. 3.9. Jednocylindrowa pompa jednostronnego działania usuwa wodę z wykopu. Średnica nurnika wynosi 105 mm, ramię korby ma długość 90 mm. Prędkość obrotowa korby wynosi 160 obr/min. Przy podanej na rysunku wysokości ssania podciśnienie w króćcu ssawnym wynosi 33 kPa, a nadciśnienie w króćcu tłocznym = 5 kPa. Obliczyć chwilową wysokość podnoszenia, moc użyteczną i moc napędu pompy, przyjmując sprawność objętościową pompy 0,95, sprawność hydrauliczną 0,85 i mechaniczną 0,75. Obliczyć rzeczywisty współczynnik oporu liniowego w przewodzie ssawnym, wiedząc że średnice przewodu ssawnego i tłocznego są jednakowe i wynoszą 60 mm, długość przewodu ssawnego wynosi 5 m, a współczynnik oporu miejscowego w filtrze ssawnym = 8.



Rys. 3.9

Odpowiedź: $H_c = 4,37 \text{ m}$, $P_u = 169 \text{ W}$, $P_{\text{nap}} = 280 \text{ W}$, $\lambda_s = 0,0325$

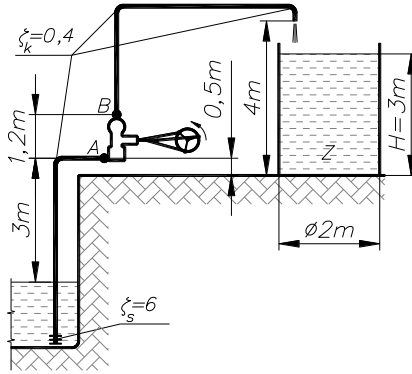
Zad. 3.10. Obliczyć największą moc potrzebną do napędu dwucylindrowej pompy dwustronnego działania z dwoma nurnikami. Pompa pracuje do chwili osiągnięcia nadciśnienia powietrza w zbiorniku równego 0,8 MPa, a jej wydajność wynosi 0,005 m³/s przy prędkości obrotowej korby równej 100 obr/min. Obliczyć też sprawność objętościową pompy, wiedząc że średnica nurnika pompy = 100 mm a długość ramienia korby = 110 mm. Sprawność hydrauliczną jak i mechaniczną można oszacować na 90%. Długość przewodów od ssaka do zbiornika = 30 m, średnica przewodów = 60 mm, współczynnik oporu liniowego = 0,03, współczynnik strat w kolanach = 0,3.



Rys. 3.10

Odpowiedź: $P = 6,8 \text{ kW}$, $\eta_v = 0,868$

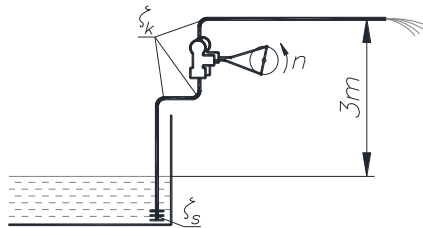
Zad. 3.11. Trzycylindrowa pompa tłokowa z powietrznikami napełnia wodą otwarty zbiornik Z. Średnica nurnika pompy = 130 mm, długość ramienia korby = 100 mm, prędkość obrotowa korby = 70 obr/min, średnica przewodu ssawnego = 90 mm, jego długość = 6 m, współczynnik oporu liniowego w nim = 0,03, średnica przewodu tłocznego = 80 mm, jego długość = 7 m, współczynnik oporu liniowego w nim = 0,033. Sprawność objętościową pompy przyjmując na poziomie 0,94. W jakim czasie nastąpi napełnienie zbiornika do wysokości H? Obliczyć prędkość przepływu i średnie podciśnienie w punkcie A (przed powietrznikiem ssawnym) oraz prędkość przepływu i średnie nadciśnienie w punkcie B (za powietrznikiem tłocznym) w połowie i na końcu napełniania.



Rys. 3.11

Odpowiedź: $T \cong 18\text{min}$, $v_A = 1,37\text{m/s}$, $v_B = 1,74\text{m/s}$, $p_{pA\text{sr}} = 38\text{kPa}$, $p_{nB\text{sr}} = 28\text{kPa}$

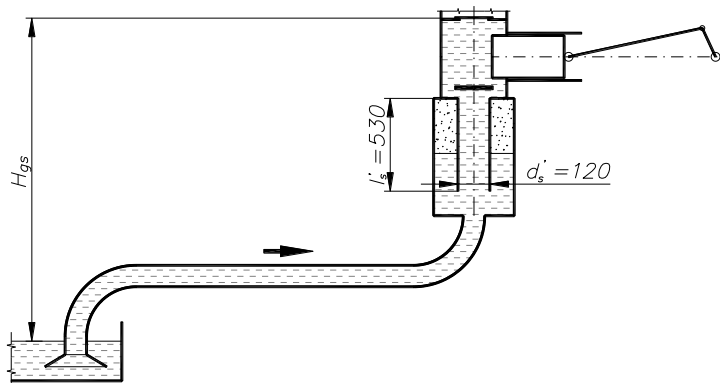
Zad. 3.12. Oczekuje się, że dwucylindrowa pompa tłokowa z powietrznikami, napędzana z prędkością 140 obr/min, wypompuje 250 dm^3 wody w ciągu minuty. Dobrać średnicę nurnika D i ramię korby r (z zaokrągleniem do 1 mm), przyjmując stosunek $s/D = 1$ oraz sprawność objętościową pompy równą 0,985. W sytuacji przedstawionej na rysunku obliczyć chwilową wysokość podnoszenia, moc napędu pompy oraz średnie podciśnienie na wlocie do pompy. Średnica przewodu ssawnego wynosi 75 mm, jego długość 4 m, średnica przewodu tłocznego wynosi 60 mm, a jego długość 5 m. Współczynniki oporu miejscowego w kolanaх wynoszą 0,4, a współczynnik oporu miejscowego w filtrze ssawnym = 8. Założyć współczynnik oporu liniowego w przewodach równy 0,04 oraz sprawność hydrauliczną jak i mechaniczną równą 0,8.



Rys. 3.12

Odpowiedź: $H_c = 4,02\text{ m}$, $P_{\text{nap}} = 164\text{ W}$, $\Delta p_s = 24,9\text{ kPa}$

Zad. 3.13. Obliczyć maksymalną geometryczną wysokość ssania takiej samej pompy jak w zadaniu 3.6, wyposażonej w powietrznik ssawny o wymiarach kanału podanych na rysunku. Przyjąć współczynnik oporu miejscowego w koszu ssawnym = 8, współczynnik oporu liniowego w przewodzie ssawnym = 0,04, sprawność objętościową pompy = 0,95.



Rys. 3.13

Odpowiedź: $H_{\text{gs,max}} = 7\text{ m}$ (nierealne przy przewodzie ssawnym o długości 2 m).

4. POMPY WIROWE

Zad. 4.1. Wirnik pompy odśrodkowej (pracującej bez kierownicy) ma następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	$D_1 = 80 \text{ mm}$	$D_2 = 180 \text{ mm}$
Szerokość łopatki	$b_1 = 27 \text{ mm}$	$b_2 = 14 \text{ mm}$
Kąt łopatki	$\beta_1 = 20^\circ$	$\beta_2 = 22^\circ$

Zakładając prędkość obrotową $n = 1460 \text{ obr/min}$ i nominalny charakter napływu na wirnik, obliczyć prędkości unoszenia, prędkości merydionalne i prędkości względne na wlocie i na wylocie z wieńca łopatkowego.

Rozwiązanie

Prędkości unoszenia są funkcją prędkości obrotowej i średnicy wirnika odpowiednio na wlocie i na wylocie:

$$u_1 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,08 \cdot 1460}{60} = 6,116 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,18 \cdot 1460}{60} = 13,76 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Pozostałe poszukiwane prędkości wyznaczmy na podstawie trójkątów prędkości na wlocie i na wylocie (rys. 4.1). W sytuacji, kiedy pompa pracuje bez kierownicy, prędkość bezwzględna na wlocie c_0 jest skierowana prostopadle do prędkości unoszenia i pokrywa się z prędkością merydionalną na wlocie c_{m0} . Zachowanie nominalnych warunków napływu oznacza, że kąt napływu β_0 jest równy wlotowemu kątowi łopatki β_1 .



Rys. 4.1

Prędkość merydionalna (jednocześnie bezwzględna) na wlocie:

$$c_{m0} = c_0 = u_1 \cdot \tan \beta_1 = 6,116 \cdot \tan 20^\circ = 2,23 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Prędkość względna na wlocie:

$$w_0 = \frac{u_1}{\cos \beta_1} = \frac{6,116}{\cos 20^\circ} = 6,51 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Poprawne zbudowanie trójkąta prędkości na wylocie wymaga znajomości prędkości merydionalnej c_{m2} . Określimy ją na podstawie równania ciągłości przepływu:

$$c_{m0} \cdot D_1 \cdot b_1 = c_{m2} \cdot D_2 \cdot b_2$$

$$c_{m2} = c_{m0} \cdot \frac{D_1 \cdot b_1}{D_2 \cdot b_2} = 2,23 \cdot \frac{0,08 \cdot 0,027}{0,18 \cdot 0,014} = 1,91 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Z tego trójkąta wyznaczamy prędkość względną na wylocie:

$$w_2 = \frac{c_{m2}}{\sin \beta_2} = \frac{1,908}{\sin 22^\circ} = 5,09 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

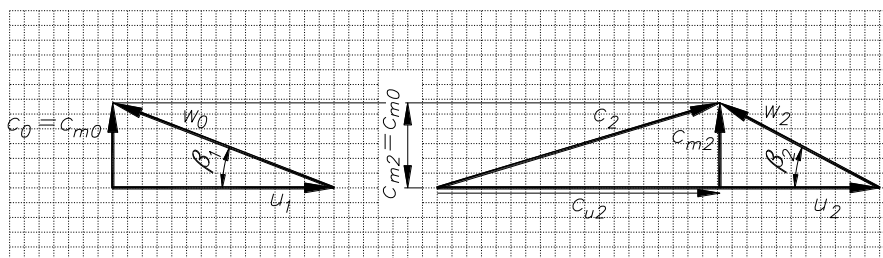
Zad. 4.2. Wirnik pompy odśrodkowej ma następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	$D_1 = 100 \text{ mm}$	$D_2 = 200 \text{ mm}$
Kąt łopatki	$\beta_1 = 21^\circ$	$\beta_2 = 28^\circ$

Narysować (proporcjonalnie) trójkąty prędkości na wlocie i na wylocie, zakładając nominalne warunki napływu, równość prędkości merydionalnych (wlotowej i wylotowej) i przyjmując, że pompa nie jest wyposażona w kierownicę wlotową. Oznaczyć prędkości unoszenia, względne, bezwzględne i merydionalne. Jaki jest stosunek prędkości bezwzględnej do prędkości unoszenia na wlocie do wieńca łopatkowego i prędkości bezwzględnej do prędkości unoszenia na wylocie z wieńca? (Obliczyć analitycznie.)

Rozwiązanie

Trójkąt prędkości na wlocie rysujemy poczynając od założenia długości wektora prędkości unoszenia u_1 (na przedstawionym rysunku założono długość równą 15 krutek). Ponieważ wśród danych jest założenie o nominalnym charakterze napływu, wektor prędkości względnej w_0 musi być skierowany pod kątem równym kątowi wlotowemu łopatki $\beta_1 = 21^\circ$. Zamknięcie trójkąta stanowi wektor prędkości bezwzględnej, który musi być skierowany prostopadłe do wektora u_1 , ponieważ pompa pracuje bez kierownicy wlotowej. W efekcie otrzymany trójkąt jest trójkątem prostokątnym.



Rys. 4..2

„Proporcjonalne narysowanie” drugiego trójkąta oznacza zachowanie proporcji pomiędzy wektorami prędkości na obydwóch trójkątach, zgodnie z ich wartościami. Bazowymi wektorami są wektory prędkości unoszenia, ponieważ stosunek ich wartości odzwierciedla stosunek średnic D_2 i D_1 , zgodnie z zależnościami:

$$u_1 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n}{60}, \quad u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60}$$

W tym wypadku: $\frac{u_2}{u_1} = \frac{D_2}{D_1} = 2$

Z informacji o równości prędkości merydionalnych wynika jednakowa wysokość obydwóch trójkątów. Wektor w_2 rysujemy pod kątem $\beta_2 = 28^\circ$ aż do poziomu określonego długością wektora $c_{m2} = c_{m0}$. Otrzymany punkt jest wierzchołkiem trójkąta, więc do niego musi być doprowadzony wektor prędkości bezwzględnej c_2 . Trójkąt prędkości wylotowych został narysowany.

Zadane obliczenia stosunków prędkości przeprowadzimy na podstawie zależności geometrycznych stwierdzonych w trójkątach prędkości.

Stosunek prędkości bezwzględnej do prędkości unoszenia na wlocie do wieńca łopatkowego:

$$\frac{c_0}{u_1} = \operatorname{tg} \beta_1 = 0,384$$

W celu obliczenia stosunku prędkości bezwzględnej do prędkości unoszenia na wylocie z wieńca łopatkowego należy wyrazić prędkość bezwzględną c_2 w funkcji parametrów znanych:

$$c_{m2} = c_{m0} = u_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{u_2}{2} \cdot \operatorname{tg} \beta_1, \quad c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\operatorname{tg} \beta_2} = u_2 - \frac{u_2 \cdot \operatorname{tg} \beta_1}{2 \operatorname{tg} \beta_2} = u_2 \cdot \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{2 \operatorname{tg} \beta_2}\right),$$

$$c_2 = \sqrt{c_{u2}^2 + c_{m2}^2} = u_2 \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{2 \operatorname{tg} \beta_2}\right)^2 + \left(\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{2}\right)^2}$$

$$\frac{c_2}{u_2} = \sqrt{\left(1 - \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{2 \operatorname{tg} \beta_2}\right)^2 + \left(\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(1 - \frac{\operatorname{tg} 21^\circ}{2 \operatorname{tg} 28^\circ}\right)^2 + \left(\frac{\operatorname{tg} 21^\circ}{2}\right)^2} = 0,667$$

Zad. 4.3. Dane są wymiary wlotowe wirnika pompy: średnica wieńca łopatkowego $D_1 = 100$ mm, jego szerokość $b_1 = 30$ mm, kąt łopatki $\beta_1 = 23^\circ$. Prędkość obrotowa wału pompy n wynosi 1432 obr/min. Kierownica wlotowa nie jest zastosowana. Wyznaczyć wydajność teoretyczną pompy (Q_{tin}) przy założeniu nominalnego charakteru napływu. Obliczyć różnicę kątów ($\beta_1 - \beta_0$) w sytuacji, gdy wydajność jest zmniejszona o 50% przy tej samej prędkości obrotowej.

Rozwiązanie

Wydajność teoretyczna pompy (przy założeniu, że wirnik ma wielką liczbę nieskończenie cienkich łopatek) jest wyrażona zależnością:

$$Q_{\text{ti}} = \pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot c_{m0}$$

Jeśli pompa pracuje bez kierownicy wlotowej, to prędkość merydionalna na wlocie wynosi:

$$c_{m0} = u_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_0$$

Założenie, że napływ ma charakter nominalny, oznacza iż kąt napływu β_0 jest równy kątowi wlotowemu łopatek β_1 . Wobec tego:

$$c_{m0} = u_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n}{60} \cdot \operatorname{tg} \beta_1$$

Ostatecznie wyznaczmy wydajność teoretyczną Q_{tin} według zależności:

$$Q_{\text{tin}} = \pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot c_{m0} = \frac{\pi^2 \cdot D_1^2 \cdot b_1 \cdot n}{60} \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\pi^2 \cdot 0,1^2 \cdot 0,03 \cdot 1432}{60} \cdot \operatorname{tg} 23^\circ = 0,030 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

W sytuacji, gdy wydajność jest zmniejszona o 50% przy tej samej prędkości obrotowej (np. wskutek zdlawienia przepływu), musi nastąpić zmniejszenie kąta napływu cieczy na łopatki. Ten nowy kąt β_0 wyznaczmy przekształcając poprzednie zależności.

$$Q_{\text{ti}} = 0,5 \cdot Q_{\text{tin}} = 0,015 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\beta_0 = \operatorname{arctg} \left(\frac{60 \cdot Q_{\text{ti}}}{\pi^2 \cdot D_1^2 \cdot b_1 \cdot n} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{60 \cdot 0,015}{\pi^2 \cdot 0,1^2 \cdot 0,03 \cdot 1432} \right) = 11,984^\circ$$

Różnica kątów (czyli odchylenie strugi od kierunku stycznego do łopatki) wynosi więc:

$$\beta_1 - \beta_0 = 23^\circ - 11,984^\circ \approx 11^\circ$$

Zad. 4.4. Dane są wymiary wlotowe wirnika pompy odśrodkowej: średnica wieńca łopatkowego $D_1 = 100$ mm, jego szerokość $b_1 = 30$ mm, kąt łopatki $\beta_1 = 23^\circ$. Prędkość obrotowa wału pompy n wynosi

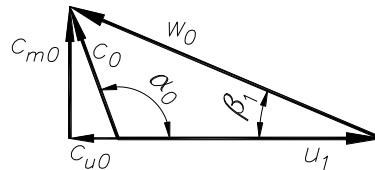
1432 obr/min. Przed wirnikiem jest osadzona kierownica, wprowadzająca wodę do wirnika pod kątem $\alpha_0 = 110^\circ$. Wyznaczyć wydajność teoretyczną pompy (Q_{tin}) przy założeniu nominalnego charakteru napływu.

Rozwiązanie

Wydajność teoretyczną pompy (przy założeniu wielkiej liczby nieskończenie cienkich łopatek) obliczamy według zależności:

$$Q_{\text{ti}} = \pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot c_{m0}$$

Jeśli pompa jest wyposażona w kierownicę wlotową, to trójkąt prędkości na wlocie wygląda następująco:



Rys. 4.4

W tym wypadku prędkość merydionalna nie jest równa c_0 . Obliczymy ją z układu równań, dla którego danymi są wartości u_1 , β_1 i β_2 .

$$c_{m0} = c_{u0} \cdot \operatorname{tg} \alpha_0$$

$$c_{m0} = (u_1 - c_{u0}) \cdot \operatorname{tg} \beta_1 ;$$

(uwzględniamy ujemny znak prędkości c_{u0}).

Rozwiązując ten układ równań otrzymujemy:

$$c_{u0} = u_1 \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \alpha_0 + \operatorname{tg} \beta_1}$$

$$c_{m0} = c_{u0} \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n}{60} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \alpha_0 + \operatorname{tg} \beta_1}$$

Wykorzystując to podstawienie, wyznaczamy wydajność teoretyczną Q_{tin} według zależności:

$$\begin{aligned} Q_{\text{tin}} &= \pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot c_{m0} = \frac{\pi^2 \cdot D_1^2 \cdot b_1 \cdot n}{60} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \alpha_0 + \operatorname{tg} \beta_1} = \\ &= \frac{\pi^2 \cdot 0,1^2 \cdot 0,03 \cdot 1432}{60} \cdot \frac{\operatorname{tg} 110^\circ \cdot \operatorname{tg} 23^\circ}{\operatorname{tg} 110^\circ + \operatorname{tg} 23^\circ} = 0,0355 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \end{aligned}$$

Zad. 4.5. Uwzględniając podane wymiary wirnika obliczyć teoretyczną wydajność pompy (pracującej bez kierownicy) przy nominalnym napływie (Q_{tin}). Wyznaczyć też wartości prędkości c_{m2} przy wydajnościach: $0,6 Q_{\text{tin}}$, $0,8 Q_{\text{tin}}$, Q_{tin} , $1,2 Q_{\text{tin}}$. Prędkość obrotowa wirnika = 1420 obr/min.

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	$D_1 = 150 \text{ mm}$	$D_2 = 300 \text{ mm}$
Szerokość łopatki	$b_1 = 40 \text{ mm}$	$b_2 = 22 \text{ mm}$
Kąt łopatki	$\beta_1 = 20^\circ$	$\beta_2 = 24^\circ$

Rozwiązanie

Przy nominalnym napływie prędkość merydionalna na wlocie wynosi:

$$c_{m0} = u_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n}{60} \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\pi \cdot 0,15 \cdot 1420}{60} \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 4,059 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Wydajność teoretyczną Q_{tin} (przy założeniu wielkiej liczby nieskończenie cienkich łopatek) obliczamy według zależności:

$$Q_{\text{tin}} = \pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot c_{m0} = \pi \cdot 0,15 \cdot 0,04 \cdot 4,059 = 0,0765 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

W drugiej części zadania mamy określić prędkości merydionalne na wylocie w zależności od teoretycznej wydajności pompy. Zauważmy, że wydajność teoretyczna pompy jest proporcjonalna do prędkości merydionalnej na wlocie. Oznaczmy wyżej obliczoną wartość prędkości merydionalnej przy nominalnym napływie jako c_{m0n} . W tej sytuacji możemy zastąpić podany szereg wydajności przez szereg prędkości merydionalnych na wlocie: $c_{m0} = 0,6 c_{m0n}, 0,8 c_{m0n}, c_{m0n}, 1,2 c_{m0n}$.

Zależność między prędkościami merydionalnymi na wylocie i na wlocie jest określona przez równanie ciągłości przepływu:

$$c_{m2} = c_{m0} \cdot \frac{D_1 \cdot b_1}{D_2 \cdot b_2} = c_{m0} \cdot \frac{0,15 \cdot 0,04}{0,3 \cdot 0,022} = 0,909 \cdot c_{m0}$$

Na tej zależności możemy oprzeć obliczenia żądanych wartości c_{m2} .

- dla $c_{m0} = 0,6 c_{m0n}$: $c_{m2} = 0,909 \cdot c_{m0} = 0,909 \cdot 0,6 \cdot 4,059 = 2,21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- dla $c_{m0} = 0,8 c_{m0n}$: $c_{m2} = 0,909 \cdot c_{m0} = 0,909 \cdot 0,8 \cdot 4,059 = 2,95 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- dla $c_{m0} = 1 c_{m0n}$: $c_{m2} = 0,909 \cdot c_{m0} = 0,909 \cdot 1 \cdot 4,059 = 3,69 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- dla $c_{m0} = 1,2 c_{m0n}$: $c_{m2} = 0,909 \cdot c_{m0} = 0,909 \cdot 1,2 \cdot 4,059 = 4,43 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

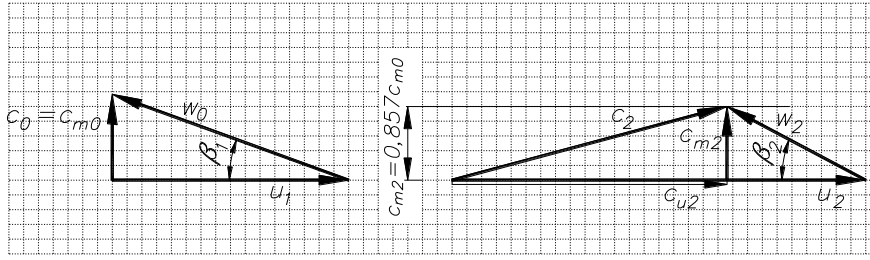
Zad. 4.6. Wirnik pompy odśrodkowej ma następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	120 mm	210 mm
Szerokość łopatki	30 mm	20 mm
Kąt łopatki	20°	28°

Narysować (proporcjonalnie) trójkąty prędkości na wlocie i na wylocie, zakładając nominalny charakter napływu. Obliczyć teoretyczną nominalną wydajność Q_{tin} i teoretyczną nominalną wysokość podnoszenia H_{tin} przy prędkości obrotowej wirnika równej 2900 obr/min. Pompa nie jest wyposażona w kierownicę wlotową.

Rozwiązanie

Postępowanie przy wykreślaniu trójkątów prędkości jest podobne, jak w zadaniu 4.2. Trójkąt prędkości na wlocie rysujemy poczynając od założenia długości wektora prędkości unoszenia u_1 (na przedstawionym rysunku założono długość równą 16 kratek). Ponieważ wśród danych jest założenie o nominalnym charakterze napływu, wektor prędkości względnej w_0 musi być skierowany pod kątem równym kątowi wlotowemu łopatki $\beta_1 = 20^\circ$. Zamknięcie trójkąta stanowi wektor prędkości bezwzględnej, który musi być skierowany prostopadłe do wektora u_1 , ponieważ pompa pracuje bez kierownicy wlotowej. W efekcie otrzymany trójkąt jest trójkątem prostokątnym.



Rys. 4.6

W trakcie rysowania drugiego trójkąta należy zachować proporcje pomiędzy wektorami prędkości na obydwóch trójkątach, zgodnie z ich wartościami. Bazowymi wektorami są wektory prędkości unoszenia, ponieważ stosunek ich wartości odzwierciedla stosunek średnic D_2 i D_1 , zgodnie z zależnościami:

$$u_1 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n}{60}, \quad u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60}$$

W tym wypadku: $\frac{u_2}{u_1} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{0,21}{0,12} = 1,75$

Z równania ciągłości przepływu uzyskamy informację o wartości prędkości merydionalnej na wylocie:

$$c_{m2} = c_{m0} \cdot \frac{D_1 \cdot b_1}{D_2 \cdot b_2} = c_{m0} \cdot \frac{0,12 \cdot 0,03}{0,21 \cdot 0,02} = 0,857 \cdot c_{m0}$$

Wektor w_2 rysujemy pod kątem $\beta_2 = 28^\circ$ aż do poziomu określonego długością wektora c_{m2} . Otrzymany punkt jest wierzchołkiem trójkąta, więc do niego musi być doprowadzony wektor prędkości bezwzględnej c_2 . Trójkąt prędkości wylotowych został narysowany.

Wydajność teoretyczna pompy bez kierownicy wlotowej, w warunkach nominalnego napływu, przy założeniu, że wirnik ma wielką liczbę nieskończenie cienkich łopatek, jest wyrażona zależnością:

$$Q_{\text{tin}} = \pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot u_1 \cdot \tan \beta_1 = \frac{\pi^2 \cdot D_1^2 \cdot b_1 \cdot n}{60} \cdot \tan \beta_1 = \frac{\pi^2 \cdot 0,12^2 \cdot 0,03 \cdot 2900}{60} \cdot \tan 20^\circ = 0,075 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

W celu obliczenia teoretycznej wysokości podnoszenia, przy założeniu wielkiej liczby nieskończenie cienkich łopatek, posługujemy się podstawowym równaniem roboczych maszyn wirnikowych:

$$H_{\text{ti}} = \frac{1}{g} \cdot (u_2 \cdot c_{u2} - u_1 \cdot c_{u0})$$

Jeśli parametry użyte do tej zależności będą odpowiadać nominalnemu napływowi cieczy (stycznie do łopatek), to otrzymamy nominalną teoretyczną wysokość podnoszenia H_{tin} :

$$H_{\text{tin}} = \frac{1}{g} \cdot (u_2 \cdot c_{u2} - u_1 \cdot c_{u0})$$

Prędkość unoszenia na średnicy zewnętrznej (wylotowej) jest równa:

$$u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,21 \cdot 2900}{60} = 31,89 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Prędkość merydionalna na wylocie:

$$c_{m2} = \frac{Q_{\text{tin}}}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2} = \frac{0,075}{\pi \cdot 0,21 \cdot 0,02} = 5,685 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(W tym obliczeniu posłużyliśmy się parametrem Q_{tin} określonym przy nominalnym napływie).

Rzut prędkości bezwzględnej c_2 na kierunek obwodowy wynosi:

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\operatorname{tg}\beta_2} = 31,89 - \frac{5,685}{\operatorname{tg}28^\circ} = 21,20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Rzut prędkości bezwzględnej c_0 na kierunek obwodowy jest równy zero, więc nie ma też potrzeby określania wartości u_1 . Zatem obliczamy wysokość H_{tin} :

$$H_{\text{tin}} = \frac{1}{9,81} \cdot (31,89 \cdot 21,2) = 68,9 \text{ m}$$

Zad. 4.7. Dane są następujące parametry wirnika: kąt łopatki na wlocie $\beta_1 = 25^\circ$, kąt łopatki na wylocie $\beta_2 = 30^\circ$, średnica wylotowa jest $1,7 \times$ większa od średnicy wlotowej, szerokość wylotowa łopatek jest $1,7 \times$ mniejsza od szerokości wlotowej. Przyjmując nominalny charakter napływu, obliczyć teoretyczną nominalną wysokość podnoszenia H_{tin} . Wiadomo, że kierownica wlotowa nie jest zastosowana, a prędkość unoszenia na wlocie do wieńca łopatkowego wynosi 6 m/s.

Rozwiązanie

H_{tin} jest wysokością podnoszenia określaną teoretycznie dla wirnika o wielkiej liczbie nieskończenie cienkich łopatek, przy nominalnym (stycznym) napływie na łopatkę. Przy podanych założeniach jest ona określona zależnością:

$$H_{\text{tin}} = \frac{1}{g} \cdot (u_2 \cdot c_{u2})$$

(drugi człon równania zniknął z powodu braku kierownicy na wlocie).

Pewnym utrudnieniem w rozwiązywaniu tego zadania może się wydawać brak wartości prędkości obrotowej. Możemy jednak równie dobrze posłużyć się daną wartością prędkości unoszenia na wlocie. Potraktujmy ją jako parametr odniesienia.

Prędkość unoszenia na średnicy zewnętrznej (wylotowej) jest równa:

$$u_2 = \frac{D_2}{D_1} \cdot u_1$$

Prędkość merydionalna na wlocie:

$$c_{m0} = u_1 \cdot \operatorname{tg}\beta_1$$

Prędkość merydionalna na wylocie:

$$c_{m2} = c_{m0} \cdot \frac{D_1}{D_2} \cdot \frac{b_1}{b_2} = c_{m0} \cdot \frac{1}{1,7} \cdot 1,7 = c_{m0} = u_1 \cdot \operatorname{tg}\beta_1$$

Po uwzględnieniu wyszczególnionych podstawień, rzut prędkości bezwzględnej c_2 na kierunek obwodowy wynosi:

$$\begin{aligned} c_{u2} &= u_2 - \frac{c_{m2}}{\operatorname{tg}\beta_2} = \frac{D_2}{D_1} \cdot u_1 - \frac{u_1 \cdot \operatorname{tg}\beta_1}{\operatorname{tg}\beta_2} = \left(\frac{D_2}{D_1} - \frac{\operatorname{tg}\beta_1}{\operatorname{tg}\beta_2} \right) \cdot u_1 = \\ &= \left(1,7 - \frac{\operatorname{tg}25^\circ}{\operatorname{tg}30^\circ} \right) \cdot u_1 = 0,8923 u_1 \end{aligned}$$

Natomiast teoretyczna wysokość podnoszenia przy założeniu wielu nieskończenie cienkich łopatek wynosi:

$$H_{\text{tin}} = \frac{1}{g} \cdot (u_2 \cdot c_{u2}) = \frac{1}{g} \cdot \left(\frac{D_2}{D_1} \cdot u_1 \cdot 0,8923 u_1 \right) = \frac{1}{9,81} \cdot (1,7 \cdot 6 \cdot 0,8923 \cdot 6) = 5,57 \text{ m}$$

Zad. 4.8. Dane są wymiary wirnika pompy odśrodkowej i prędkość obrotowa wirnika n równa 1430 obr/min. Zakładając pracę bez kierownicy i nominalny charakter napływu, obliczyć teoretyczną wysokość podnoszenia $H_{\text{ti}} = H_{\text{tin}}$, dynamiczną wysokość podnoszenia H_{di} , potencjalną wysokość podnoszenia H_{pi} oraz współczynnik reakcyjności.

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	180 mm	270 mm
Szerokość łopatki	42 mm	30 mm
Kąt łopatki	20°	26°

Rozwiązanie

Przy podanych założeniach, H_{tin} (wysokość podnoszenia określana teoretycznie dla wirnika o wielkiej liczbie nieskończenie cienkich łopatek), jest obliczana według wzoru:

$$H_{\text{tin}} = \frac{1}{g} \cdot (u_2 \cdot c_{u2})$$

Obliczamy wielkości pomocnicze.

Prędkość unoszenia na wlocie:

$$u_1 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n}{60}$$

Prędkość merydionalna na wlocie (przy nominalnym napływie):

$$c_{m0} = u_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n}{60} \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\pi \cdot 0,18 \cdot 1430}{60} \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 4,905 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Z równania ciągłości przepływu - prędkość merydionalna na wylocie:

$$c_{m2} = c_{m0} \cdot \frac{D_1 \cdot b_1}{D_2 \cdot b_2} = \frac{\pi \cdot D_1^2 \cdot b_1 \cdot n}{60 \cdot D_2 \cdot b_2} \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\pi \cdot 0,18^2 \cdot 0,042 \cdot 1430}{60 \cdot 0,27 \cdot 0,03} \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 4,578 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Prędkość unoszenia na średnicy zewnętrznej (wylotowej) jest równa:

$$u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,27 \cdot 1430}{60} = 20,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

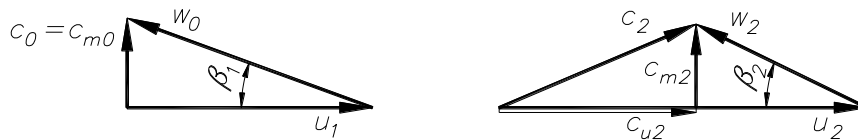
Rzut prędkości bezwzględnej c_2 na kierunek obwodowy wynosi:

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\operatorname{tg} \beta_2} = 20,22 - \frac{4,578}{\operatorname{tg} 26^\circ} = 10,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

W efekcie wysokość podnoszenia H_{tin} wynosi

$$H_{\text{tin}} = \frac{1}{9,81} \cdot (20,22 \cdot 10,83) = 22,3 \text{ m}$$

Całkowita teoretyczna wysokość podnoszenia H_{ti} (w tym zadaniu obliczona przy nominalnym napływie jako H_{tin}) jest traktowana jako suma potencjalnej i dynamicznej wysokości podnoszenia ($H_{\text{pi}} + H_{\text{di}}$). Sposób wyznaczenia dynamicznej wysokości podnoszenia jest zilustrowany na trójkątach prędkości:



Rys. 4.8

Zgodnie z definicją jest ona równa:

$$H_{di} = \frac{c_2^2 - c_0^2}{2g}$$

Z trójkąta prędkości na wlocie można wywnioskować, że prędkość c_0 jest równa prędkości c_{m0} , już wcześniej obliczonej. Natomiast na wylotowym trójkącie prędkości widać, że $c_2^2 = c_{u2}^2 + c_{m2}^2$. Możemy więc napisać:

$$H_{di} = \frac{c_{u2}^2 + c_{m2}^2 - c_{m0}^2}{2g} = \frac{10,83^2 + 4,578^2 - 4,905^2}{2 \cdot 9,81} = 5,8 \text{ m}$$

Potencjalną wysokość podnoszenia można obliczyć z różnicy między całkowitą wysokością podnoszenia a dynamiczną wysokością podnoszenia.

$$H_{pi} = H_{ti} - H_{di} = 22,3 - 5,8 = 16,5 \text{ m}$$

Współczynnik reakcyjności ρ_r jest określany jako stosunek potencjalnej wysokości podnoszenia do całkowitej wysokości podnoszenia:

$$\rho_r = \frac{H_{pi}}{H_{ti}} = \frac{16,5}{22,3} = 0,74$$

Zad. 4.9. Średnica zewnętrzna wirnika D_2 wynosi 300 mm, szerokość wirnika na wylocie $b_2 = 25$ mm, kąt wylotowy łopatek $\beta_2 = 27^\circ$, prędkość obrotowa wirnika $n = 1000$ obr/min, zaś wydajność przy tej prędkości $Q_{ti} = Q_{tin} = 0,06 \text{ m}^3/\text{s}$. W pompie nie ma kierownicy.

- 1) Posługując się trójkątem prędkości, obliczyć teoretyczną nominalną wysokość podnoszenia pompy.
- 2) Jaka będzie wartość teoretycznej wysokości podnoszenia tej pompy przy prędkości wirnika równej 2000 obr/min, jeśli założymy, że charakter napływu będzie w dalszym ciągu nominalny?
- 3) Jaka będzie wartość teoretycznej wysokości podnoszenia tej pompy przy prędkości wirnika równej 2000 obr/min, jeśli wydajność przy tej prędkości $Q_{ti} = 0,09 \text{ m}^3/\text{s}$?

Rozwiązanie

Ad 1) Przy podanych założeniach, H_{tin} (wysokość podnoszenia określana teoretycznie dla wirnika o wielkiej liczbie nieskończenie cienkich łopatek), jest obliczana według wzoru:

$$H_{tin} = \frac{1}{g} \cdot (u_2 \cdot c_{u2})$$

Prędkość unoszenia na średnicy zewnętrznej wynosi:

$$u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,3 \cdot 1000}{60} = 15,708 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Prędkość merydionalna na wylocie:

$$c_{m2} = \frac{Q_{tin}}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2} = \frac{0,06}{\pi \cdot 0,3 \cdot 0,025} = 2,546 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Rzut prędkości bezwzględnej c_2 na kierunek obwodowy jest równy:

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\operatorname{tg}\beta_2} = 15,708 - \frac{2,546}{\operatorname{tg}27^\circ} = 10,71 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

W efekcie wysokość podnoszenia H_{tin} wynosi:

$$H_{\text{tin}} = \frac{1}{9,81} \cdot (15,708 \cdot 10,71) = 17,15 \text{ m}$$

Ad 2) Zwiększenie prędkości obrotowej wywołuje odpowiednie zwiększenie prędkości unoszenia. Jednocześnie utrzymanie założenia nominalnego napływu oznacza zachowanie niezmiennych kątów β na wlocie i na wylocie. Prędkości merydionalne są więc też proporcjonalnie powiększone. Widać z tego, że przy przyjętym założeniu, dwukrotne zwiększenie prędkości obrotowej, powoduje dwukrotne zwiększenie wszystkich prędkości. W takim razie wysokość podnoszenia H_{tin} , zgodnie ze wzorem ją określającym, musi ulec czterokrotnemu powiększeniu.

$$H_{\text{tin}} = 4 \cdot 17,15 = 68,6 \text{ m}$$

Ad 3) Jeśli przy dwukrotnym zwiększeniu prędkości obrotowej wydajność nie wzrośnie proporcjonalnie, to znaczy, że napływ już nie jest styczny do łopatki na wlocie (nie jest nominalny). W takiej sytuacji należy obliczyć prędkość merydionalną na wylocie na podstawie wydajności i wymiarów wirnika:

$$c_{m2} = \frac{Q_{\text{ti}}}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2} = \frac{0,09}{\pi \cdot 0,3 \cdot 0,025} = 3,82 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dalsze obliczenia przebiegają standardowo.

Prędkość unoszenia na średnicy zewnętrznej:

$$u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,3 \cdot 2000}{60} = 31,416 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Rzut prędkości bezwzględnej c_2 na kierunek obwodowy:

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\operatorname{tg}\beta_2} = 31,416 - \frac{3,82}{\operatorname{tg}27^\circ} = 23,92 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

W efekcie wysokość podnoszenia H_{ti} jest równa:

$$H_{\text{ti}} = \frac{1}{9,81} \cdot (31,416 \cdot 23,92) = 76,6 \text{ m}$$

Warto zauważyć, że kiedy przy dwukrotnym zwiększeniu prędkości obrotowej wydajność wzrosła mniej niż proporcjonalnie, to jednocześnie wysokość podnoszenia pompy wzrosła więcej, niż w kwadracie wzrostu prędkości. Jest to prawidłowe zachowanie świadczące o pracy statecznej maszyny odśrodkowej: przydławienie przepływu powoduje zwiększenie wysokości podnoszenia.

Zad. 4.10. Pompa odśrodkowa bez kierownicy wlotowej pracuje z prędkością obrotową 1450 obr/min. Wymiary wirnika są podane w tabeli. Wyznaczyć kinematyczny wyróżnik szybkoobrotowości tej pompy. Obliczyć, jak na wysokość podnoszenia pompy wpływa odchylenie strugi na wylocie z wieńca łopatkowego, wynoszące średnio 2° w kierunku stycznej, gdy prędkość obrotowa i wydajność pompy nie ulega zmianie.

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	130 mm	200 mm
Szerokość łopatki	28 mm	19 mm
Kąt łopatki	21°	29°

Rozwiązanie

Wyróżnik szybkobieżności będzie obliczony na podstawie teoretycznej wydajności i teoretycznej wysokości podnoszenia pompy przy nominalnym napływie. Teoretyczna wydajność przy nominalnym napływie wynosi:

$$Q_{\text{tin}} = \pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot c_{m0} = \frac{\pi^2 \cdot D_1^2 \cdot b_1 \cdot n}{60} \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\pi^2 \cdot 0,13^2 \cdot 0,028 \cdot 1450}{60} \cdot \operatorname{tg} 21^\circ = 0,0433 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Pomocnicze prędkości:

$$u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} \quad c_{m2} = \frac{Q_{\text{tin}}}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2} \quad c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

Po podstawieniu tych wyrażeń do wzoru określającego wysokość podnoszenia otrzymamy:

$$\begin{aligned} H_{\text{tin}} &= \frac{1}{g} \cdot (u_2 \cdot c_{u2}) = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 \cdot c_{m2}}{g \cdot \operatorname{tg} \beta_2} = \frac{\pi^2 \cdot D_2^2 \cdot n^2}{60^2 \cdot g} - \frac{Q_{\text{tin}} \cdot n}{60 \cdot b_2 \cdot g \cdot \operatorname{tg} \beta_2} = \\ &= \frac{\pi^2 \cdot 0,2^2 \cdot 1450^2}{60^2 \cdot 9,81} - \frac{0,0433 \cdot 1450}{60 \cdot 0,019 \cdot 9,81 \cdot \operatorname{tg} 29^\circ} = 13,4 \text{ m} \end{aligned}$$

Kinematyczny wyróżnik szybkobieżności jest określony wzorem:

$$n_{\text{sQ}} = n \cdot \frac{Q^{0,5}}{H^{0,75}} = 1450 \cdot \frac{0,0433^{0,5}}{13,4^{0,75}} = 43$$

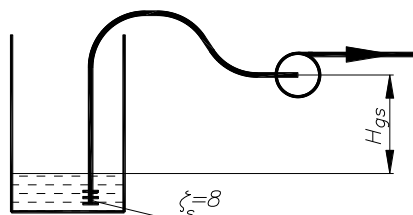
Odchylenie strugi na wylocie z łopatek wpływa na konfigurację prędkości na wylocie, ponieważ zmniejsza się kąt β_2 . Do obliczenia wysokości podnoszenia H_{ti} można użyć wzoru w postaci widocznej powyżej, bowiem jest tam tylko jedna zmienna: właśnie kąt β_2 . Nowa wartość β_2 wynosi $29^\circ - 2^\circ = 27^\circ$.

$$\begin{aligned} H_{\text{ti}} &= \frac{\pi^2 \cdot D_2^2 \cdot n^2}{60^2 \cdot g} - \frac{Q_{\text{tin}} \cdot n}{60 \cdot b_2 \cdot g \cdot \operatorname{tg} \beta_2} = \\ &= \frac{\pi^2 \cdot 0,2^2 \cdot 1450^2}{60^2 \cdot 9,81} - \frac{0,0433 \cdot 1450}{60 \cdot 0,019 \cdot 9,81 \cdot \operatorname{tg} 27^\circ} = 12,5 \text{ m} \end{aligned}$$

Względne zmniejszenie wysokości podnoszenia w wyniku podanego odchylenia strugi wynosi:

$$\varepsilon_H = \frac{H_{\text{tin}} - H_{\text{ti}}}{H_{\text{tin}}} = \frac{13,4 - 12,5}{13,4} \approx 0,07 = 7\%$$

Zad. 4.11. Obliczyć maksymalną geometryczną wysokość ssania H_{gs} przedstawionej pompy o przewidywanej wydajności $Q = 0,005 \text{ m}^3/\text{s}$ przy prędkości obrotowej $n = 1450 \text{ obr/min}$. Średnica przelotu przewodu ssącego $d = 60 \text{ mm}$, jego długość $L = 60 \text{ m}$, wysokość wewnętrznej chropowatości $k = 0,5 \text{ mm}$. Na ssaniu występuje opór miejscowy określony współczynnikiem $\zeta_s = 8$. Przyjąć, że ciśnienie atmosferyczne wynosi $p_{\text{at}} = 0,1 \text{ MPa}$. Obliczenia wykonać dla dwóch temperatur wody: 20°C i 80°C . (W temperaturze 80°C gęstość wody $\rho = 975 \text{ kg/m}^3$).



Rys. 4.11

Rozwiązanie

Warunkiem poprawnego ssania w pompie wirowej jest niewystępowanie kawitacji w przewodzie ssawnym. Oznacza to, że w żadnym punkcie po stronie ssawnej, ciśnienie nie może spaść poniżej ciśnienia pary nasyconej. Ponadto, w celu oddalenia się od ryzyka zaistnienia kawitacji, producenci pomp podają w różnych postaciach odpowiednie nadwyżki ciśnienia. Jedną z postaci takiej nadwyżki jest tzw. „krytyczna nadwyżka antykawitacyjnej energii jednostkowej”, oznaczona symbolem $NPSE_{kr}$. W wyniku uwzględnienia tego parametru przy rozpatrywaniu równowagi cieczy w przewodzie ssawnym otrzymuje się wyrażenie:

$$H_{gs\max} = \frac{p_d - p_v}{\rho \cdot g} - \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right) \cdot \frac{v^2}{2g} - \frac{NPSE_{kr}}{g}$$

Jeśli wartość $NPSE_{kr}$ nie jest podana przez producenta, to można ją oszacować ze wzoru:

$$NPSE_{kr} = 8,5 \cdot 10^{-3} \cdot n_{sQ}^{\frac{4}{3}} \cdot H$$

Pamiętając, że kinematyczny wyróżnik szybkobieżności obliczamy z zależności:

$$n_{sQ} = n \cdot Q^{0,5} \cdot H^{-0,75},$$

otrzymujemy:

$$NPSE_{kr} = 8,5 \cdot 10^{-3} \cdot n^{1,33} \cdot Q^{0,667} = 8,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1450^{1,33} \cdot 0,005^{0,667} = 4,07$$

Zauważmy, że w trakcie tego obliczenia nie była potrzebna wysokość podnoszenia pompy, chociaż jest potrzebna do wyznaczenia kinematycznego wyróżnika szybkobieżności

Obliczmy więc maksymalną geometryczną wysokość ssania w podanych warunkach.

Ad 1) w temperaturze 20°C.

- ciśnienie na poziomie cieczy w zbiorniku: $p_d = p_{at}$
- gęstość wody $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
- lepkość kinematyczna (wg tablicy 0.1) $\nu = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- ciśnienie pary nasyconej (wg tablicy 0.2) $p_v = 2334 \text{ Pa}$
- prędkość przepływu: $v = \frac{4Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,005}{\pi \cdot 0,06^2} = 1,768 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- liczba Reynoldsa: $Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{1,768 \cdot 0,06}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 105000$
- względna gładkość przewodu: $\frac{d}{k} = \frac{60 \text{ mm}}{0,5 \text{ mm}} = 120$
- na tej podstawie, wg wykresu na rys. 0.1: $\lambda = 0,035$

$$\begin{aligned} H_{gs\max} &= \frac{p_d - p_v}{\rho \cdot g} - \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right) \cdot \frac{v^2}{2g} - \frac{NPSE_{kr}}{g} = \\ &= \frac{100000 - 2334}{9810} - \left(0,035 \frac{60}{0,06} + 8 \right) \cdot \frac{1,768^2}{2 \cdot 9,81} - \frac{4,07}{9,81} = 2,7 \text{ m} \end{aligned}$$

Ad 2) w temperaturze 80°C.

- ciśnienie na poziomie cieczy w zbiorniku: $p_d = p_{at}$
- gęstość wody $\rho = 975 \text{ kg/m}^3$
- lepkość kinematyczna (wg tablicy 0.1) $\nu = 0,366 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- ciśnienie pary nasyconej (wg tablicy 0.2) $p_v = 47356 \text{ Pa}$

- prędkość przepływu: $v = \frac{4Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0,005}{\pi \cdot 0,06^2} = 1,768 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- liczba Reynoldsa: $Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{1,768 \cdot 0,06}{0,366 \cdot 10^{-6}} = 290000$
- względna gładkość przewodu: $\frac{d}{k} = \frac{60 \text{ mm}}{0,5 \text{ mm}} = 120$
- na tej podstawie, wg wykresu na rys. 0.1: $\lambda = 0,037$

$$H_{gs \max} = \frac{p_d - p_v}{\rho \cdot g} - \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right) \cdot \frac{v^2}{2g} - \frac{NPSE_{kr}}{g} =$$

$$= \frac{100000 - 47356}{975 \cdot 9,81} - \left(0,037 \frac{60}{0,06} + 8 \right) \cdot \frac{1,768^2}{2 \cdot 9,81} - \frac{4,07}{9,81} = -2,08 \text{ m}$$

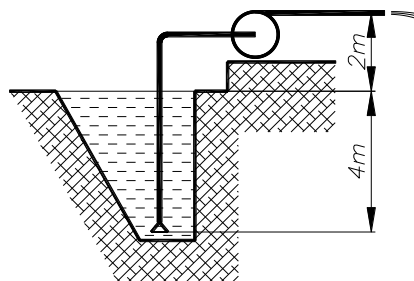
Ujemny wynik dowodzi, że nie jest możliwe ssanie w podanych warunkach z założoną wydajnością.

Zad. 4.12. Dana jest charakterystyka pompy wykorzystanej do odwodnienia wykopu:

Wydajność [m^3/s]	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
Wysokość podnoszenia [m]	7,5	7,4	7,1	6,6	5,9	5,0	3,9	2,6
Sprawność całkowita [%]	-	18	36	49	56	58	56	48

Wyznaczyć wydajność pompy, jej wysokość podnoszenia i pobór mocy na początku opróżniania wykopu pełnego wody i w momencie osiągnięcia poziomu ssaka.

Dane: średnica przelotu przewodów $d = 160 \text{ mm}$, łączna długość przewodów $L = 20 \text{ m}$. Przyjąć, że współczynnik oporu liniowego w przewodach wynosi $\lambda = 0,025$, zaś suma współczynników oporów miejscowych $\Sigma \zeta = 4$.



Rys. 4.12a

Rozwiązanie

Jeśli jest dana charakterystyka wysokości podnoszenia pompy H oraz dostępne są informacje określające opory instalacji, to znalezienie parametrów pracy polega na wyznaczeniu punktu równowagi między charakterystyką pompy i charakterystyką oporów instalacji. Jeśli obydwie charakterystyki są umieszczone na wspólnym wykresie, to punktem pracy jest punkt przecięcia tych charakterystyk.

W tym zadaniu charakterystyka pompy jest określona za pomocą szeregu punktów i można ją wykreślić. Charakterystyka instalacji musi zostać wyznaczona w postaci całkowitej wysokości podnoszenia H_c w funkcji natężenia przepływu Q .

$$H_c = H_g + \frac{p_g - p_d}{\rho \cdot g} + \frac{v_g^2 - v_d^2}{2g} + \Sigma \Delta h$$

Chcąc obliczyć H_c musimy zdefiniować wymienione parametry na poziomie lustra cieczy w zbiorniku czerpalnym (d) i w miejscu wyrzucania cieczy z przewodu tłocznego (g). Za poziom odniesienia przyjmijmy poziom lustra cieczy. Podstawiamy zatem:

- geometryczna wysokość podnoszenia, tzn. różnica poziomów między (g) a (d), jest zmienna podczas procesu pompowania wody: na początku procesu $H_g = 2$ m, zaś na końcu $H_g = 6$ m.
- ciśnienie absolutne w przekrojach (g) i (d) można przyjąć za jednakowe i równe atmosferycznemu,
- średnia prędkość cieczy w przekroju (g) jest równa prędkości transportu wody v ,
- średnia prędkość cieczy w przekroju (d): $v_d \cong 0$,
- suma wysokości strat ciśnienia (straty liniowej i strat miejscowych):

$$\Sigma \Delta h = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right)$$

Sumę wysokości strat można obliczyć łącznie dla przewodu ssawnego i tłocznego, ponieważ średnice wewnętrzne i współczynniki oporu liniowego są w nich identyczne.

Prędkość transportu wody wynika z natężenia przepływu Q i wewnętrznej średnicy przewodów:

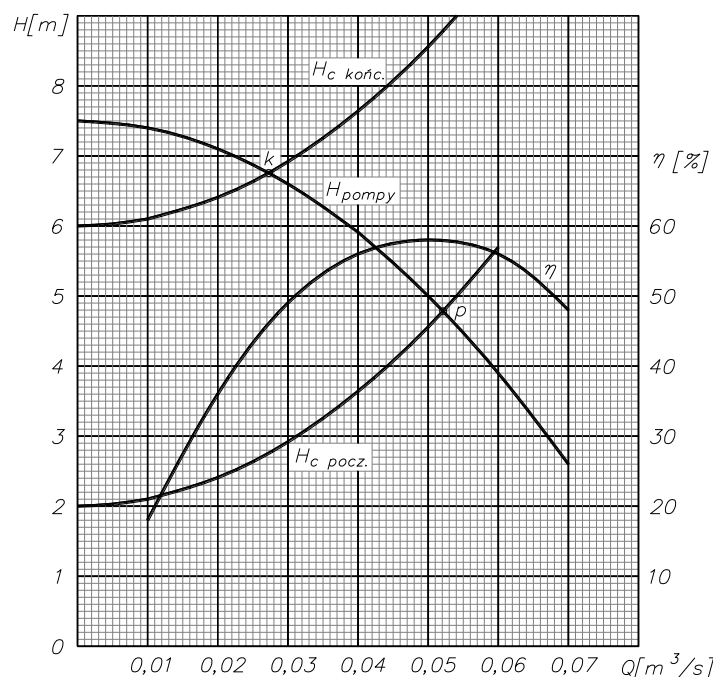
$$v = \frac{Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot 0,16^2} = 49,736 \cdot Q$$

Po zastosowaniu wymienionych podstawień otrzymujemy:

$$\begin{aligned} H_c &= H_g + \frac{v^2}{2g} + \Sigma \Delta h = H_g + \frac{v^2}{2g} \cdot \left(1 + \lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right) = \\ &= H_g + \frac{49,736^2 \cdot Q^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \left(1 + 0,025 \cdot \frac{20}{0,16} + 4 \right) = H_g + 1024 \cdot Q^2 \end{aligned}$$

Na wykresie należy nanieść dwie charakterystyki: jedną – dla początku procesu wypompowywania wody ($H_g = 2$ m) i drugą dla końca tego procesu ($H_g = 6$ m):

- 1) $H_{c \text{ pocz}} = 2 + 1024 \cdot Q^2$
- 2) $H_{c \text{ końc}} = 6 + 1024 \cdot Q^2$



Rys. 4.12b

Miejsce przecięcia charakterystyki pompy i charakterystyki oporów instalacji wyznacza punkt pracy (natężenie przepływu i wysokość podnoszenia). Jednocześnie przy tym samym natężeniu przepływu należy odczytać sprawność pompy, ponieważ będzie ona potrzebna do wyznaczenia poboru mocy.

Na początku procesu punktem pracy jest punkt oznaczony na wykresie literą „p”.

Jego parametry: $Q = 0,052 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 4,8 \text{ m}$, $\eta = 0,58$

Pobór mocy w tym stanie wynosi: $P_{\text{nap.p}} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} = \frac{9810 \cdot 0,052 \cdot 4,8}{0,58} = 4221 \text{ W} \approx 4,2 \text{ kW}$

Na końcu procesu punktem pracy jest punkt oznaczony na wykresie literą „k”.

Jego parametry: $Q = 0,027 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 6,75 \text{ m}$, $\eta = 0,46$

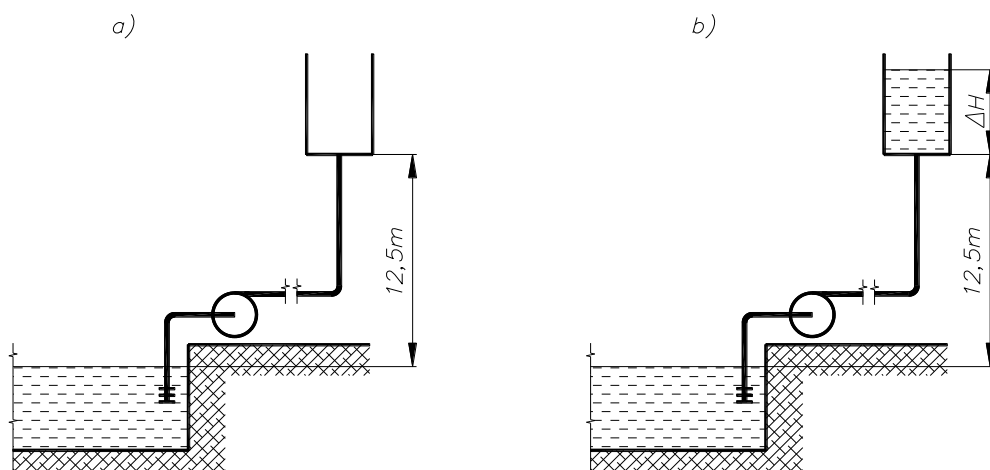
Pobór mocy w tym stanie wynosi: $P_{\text{nap.k}} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} = \frac{9810 \cdot 0,027 \cdot 6,75}{0,46} = 3887 \text{ W} \approx 3,9 \text{ kW}$

Zad. 4.13. Charakterystyka pompy służącej do napełniania zbiornika jest dana punktami:

Wydajność [m^3/s]	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
Wysokość podnoszenia [m]	15,7	15,95	15,95	15,7	15,0	14,0	12,6	11
Sprawność całkowita [%]	-	18	36	49	56	58	55	48

Znaleźć wydajność pompy na początku napełniania zbiornika (pompa i przewody już zalane). Określić dopuszczalny przyrost poziomu wody w zbiorniku ΔH , zakładając że pompa może pracować tylko na opadającej części charakterystyki. W jakim przedziale wydajności, wysokości podnoszenia i poboru mocy będzie pracować ta pompa, jeśli poziom wody będzie się zmieniał w zakresie ΔH ?

Dane: średnica przelotu przewodów $d = 140 \text{ mm}$, łączna długość przewodów $L = 24,9 \text{ m}$, suma współczynników oporów miejscowych $\Sigma\zeta = 5$, lepkość kinematyczna wody $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, zaś współczynnik oporu liniowego w przewodach jest dany wzorem Altshula: $\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25}$.



Rys. 4.13.

Rozwiązanie

W celu znalezienia wydajności pompy w określonej instalacji, czyli w celu określenia punktu pracy, będzie wykonany wykres wysokości podnoszenia pompy i wykres oporów instalacji w określonych warunkach. Całkowita wysokość podnoszenia konieczna do pokonania oporów instalacji jest określona wzorem:

$$H_c = H_g + \frac{p_g - p_d}{\rho \cdot g} + \frac{v_g^2 - v_d^2}{2g} + \Sigma \Delta h$$

Chcąc obliczyć H_c musimy zdefiniować użyte parametry na poziomie lustra cieczy w zbiorniku czerpalcym (d) i w zbiorniku górnym (g). Przyjmujemy następujące założenia:

- Za poziom odniesienia przyjmijmy poziom lustra cieczy w zbiorniku czerpalcym.
- ciśnienie absolutne w przekrojach (g) i (d) można przyjąć za jednakowe i równe atmosferycznemu,
- średnia prędkość cieczy w przekrojach (g) i (d): $v_g \cong v_d \cong 0$,
- suma wysokości strat ciśnienia (straty liniowej i strat miejscowych):

$$\Sigma \Delta h = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right)$$

Sumę wysokości strat można obliczyć łącznie dla przewodu ssawnego i tłocznego, ponieważ średnice wewnętrzne i współczynniki oporu liniowego są w nich identyczne.

Prędkość transportu wody wynika z natężenia przepływu Q i wewnętrznej średnicy przewodów:

$$v = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot 0,14^2} = 64,96 \cdot Q$$

Liczba Reynoldsa też musi być uzależniona od natężenia przepływu:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{64,96 \cdot Q \cdot 0,14}{1 \cdot 10^{-6}} = 9,095 \cdot 10^6 \cdot Q$$

Współczynnik oporu liniowego wg Altszula:

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{68}{Re} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left(\frac{68}{9,095 \cdot 10^6 \cdot Q} \right)^{0,25} = 5,752 \cdot 10^{-3} \cdot Q^{-0,25}$$

Po zastosowaniu wymienionych podstawień otrzymujemy:

$$\begin{aligned} H_c &= H_g + \Sigma \Delta h = H_g + \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right) = H_g + \frac{64,96^2 \cdot Q^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \left(5,752 \cdot 10^{-3} \cdot Q^{-0,25} \cdot \frac{24,9}{0,14} + 5 \right) = \\ &= H_g + 220 \cdot Q^{1,75} + 1075 \cdot Q^2 \end{aligned}$$

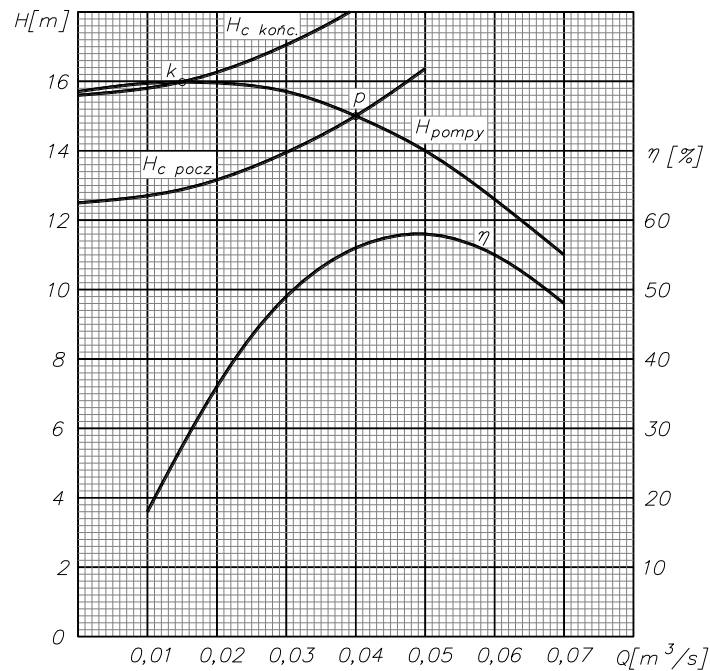
Dla początkowej chwili napełniania, ale przy założeniu, że w przewodach jest już woda (patrz – rys. 4.13a), podstawiamy geometryczną wysokość podnoszenia $H_g = 12,5$ m. Zatem na wykresie, na którym jest już wykreślona charakterystyka podnoszenia i sprawności pompy, rysujemy krzywą $H_{c \text{ pocz.}}$ odpowiadającą równaniu:

$$H_{c \text{ pocz.}} = 12,5 + 220 \cdot Q^{1,75} + 1075 \cdot Q^2$$

Możemy już określić parametry pracy na początku napełniania (punkt „p” na wykresie):

$$Q = 0,04 \text{ m}^3, \quad H = 15 \text{ m}, \quad \eta = 0,56, \quad P_{\text{nap p}} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} = \frac{9810 \cdot 0,04 \cdot 15}{0,56} = 10510 \text{ W} \approx 10,5 \text{ kW}$$

W miarę wzrostu poziomu wody w zbiorniku, charakterystyka H_c przesuwają się do góry (gdyż rośnie składnik H_g), a punkt pracy przesuwają się w lewo. Zgodnie z treścią zadania, dopuszczalny przyrost poziomu wody w zbiorniku (ΔH na rysunku 4.13b) jest uwarunkowany tym, żeby pompa pracowała na opadającej części charakterystyki (gwarantuje to zachowanie stateczności pracy nawet z pewnym zapasem).



Rys. 4.13c

Dotrzymanie tego warunku można wyrazić też w ten sposób, że punkt pracy, przesuwający się w lewo po charakterystyce pompy, może przemieścić się co najwyżej do punktu maksimum tej charakterystyki (punkt „k” na wykresie). Przez ten punkt przeprowadzamy przesuniętą równolegle charakterystykę H_c (jest ona oznaczona jako $H_{c \text{ końc.}}$). Jest to krzywa odpowiadająca najwyższemu dopuszczalnemu poziomowi wody w górnym zbiorniku. Początkowy punkt tej krzywej ma rzędną $H \cong 15,6$ m, co jest o ok. 3,1 m wyżej, niż na początku napełniania zbiornika. Można tę różnicę obliczyć dokładniej. Zauważmy, że współrzędne punktu „k” można ocenić precyzyjnie: $Q_k = 0,015$, $H_k = 16$. Wystarczy więc obliczyć wartość funkcji $H_{c \text{ pocz.}}$ dla natężenia przepływu $Q = 0,015$ i wyznaczyć różnicę między tymi wartościami H .

$$H_{c \text{ pocz.}(0,015)} = 12,5 + 220 \cdot Q^{1,75} + 1075 \cdot Q^2 = 12,5 + 220 \cdot 0,015^{1,75} + 1075 \cdot 0,015^2 = 12,88 \text{ m}$$

$$\Delta H = H_k - H_{c \text{ pocz.}(0,015)} = 16 - 12,88 = 3,12 \text{ m}$$

Jest to dopuszczalny przyrost poziomu wody w zbiorniku.

Należy jeszcze obliczyć pobór mocy przez pompę przy końcu pompowania.

$$P_{\text{nap k}} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} = \frac{9810 \cdot 0,015 \cdot 16}{0,275} = 8561 \text{ W} \approx 8,6 \text{ kW}$$

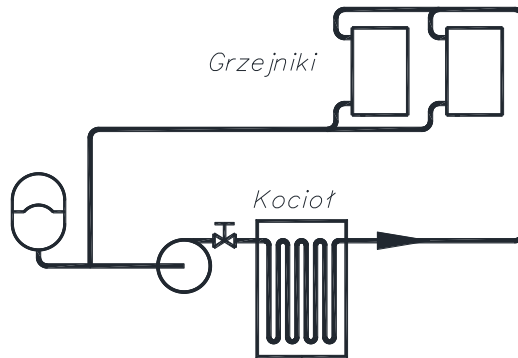
W trakcie pracy pompy w zakresie $\Delta H = 3,12$ m, zakres wydajności wynosi $(0,04 \div 0,015) \text{ m}^3/\text{s}$, zakres wysokości podnoszenia = $(15 \div 16)$ m zaś zakres mocy napędu $(10,5 \div 8,6) \text{ kW}$.

Zad. 4.14. Charakterystyka pompy pracującej w instalacji ogrzewania jest dana punktami:

Wydajność [dm^3/s]	0,05	0, 10	0, 15	0, 20	0, 25	0,30	0,35
Wysokość podnoszenia [m]	10,4	10,5	10,2	9,8	9,3	8,6	7,8
Sprawność całkowita [%]	10	26	37	46	53	56	52

Wyznaczyć wydajność pompy i moc napędu przy danych: suma współczynników oporów miejscowych $\Sigma \zeta = 20$, długość przewodów $L = 40$ m, ich średnica $d = 15$ mm, przewody są praktycznie gładkie ($k \cong 0$). Jak zmieni się wydajność i moc pompy, gdy skutek zanieczyszczenia

przewodów ich średnica zmniejszy się do 12 mm, a wysokość chropowatości k wzrośnie do 0,2 mm? Przyjąć średnią lepkość wody w tej instalacji równą $0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.



Rys. 4.14a

Rozwiązanie

Przedstawiona instalacja jest instalacją obiegową. W takim układzie nie występuje dolny i górny zbiornik, a zatem nie ma geometrycznej wysokości podnoszenia, różnicy ciśnień ani różnicy prędkości w początkowym i końcowym punkcie obiegu. Całkowita wysokość podnoszenia odpowiada sumie strat w instalacji.

$$H_c = \Sigma \Delta h = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right)$$

Obliczamy najpierw tę sumę strat dla przypadku rur czystych (gładkich wewnątrz).

- prędkość obiegu w przewodach: $v = \frac{Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot 0,015^2} = 5659 \cdot Q$
- liczba Reynoldsa: $Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{5659 \cdot Q \cdot 0,015}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 169,8 \cdot 10^6 \cdot Q$
- współczynnik strat liniowych musi być wyznaczany z wykresu (np. Nikuradsego) na podstawie liczby Reynoldsa;

Całkowita wysokość podnoszenia:

$$H_c = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right) = \frac{5659^2 \cdot Q^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \left(\lambda \frac{40}{0,015} + 20 \right) = \frac{5659^2 \cdot Q^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \left(\lambda \frac{40}{0,015} + 20 \right) = 1,632 \cdot 10^6 \cdot Q^2 \cdot (2667 \cdot \lambda + 20)$$

Na podstawie tych zależności sporządzimy tabelę, w której zanotujemy kolejne wyniki obliczeń pośrednich i końcowe obliczenie całkowitej wysokości podnoszenia w funkcji wydajności.

Q	$0,1 \cdot 10^{-3}$	$0,2 \cdot 10^{-3}$	$0,25 \cdot 10^{-3}$	$0,3 \cdot 10^{-3}$
v [m/s]	0,566	1,13	1,41	1,7
Re	16980	33960	42450	50940
λ	0,027	0,023	0,0215	0,0205
H_c [m]	1,5	5,31	7,89	10,97

Wyznaczone punkty nie wystarczają do wykreślenia pełnego przebiegu krzywej H_c , ale nie jest to potrzebne. Wystarczy uzyskanie punktu przecięcia tej krzywej z krzywą wysokości podnoszenia pompy (wykres na rysunku 4.14b).

Punkt pracy w wypadku czystych rur ma następujące współrzędne: $Q = 0,27 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 9 \text{ m}$, $\eta = 0,55$.

Moc napędu pompy w tych warunkach wynosi: $P'_{\text{nap}} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} = \frac{9810 \cdot 0,27 \cdot 10^{-3} \cdot 9}{0,55} = 43 \text{ W}$

Wskutek zanieczyszczenia rur zmieni się prędkość obiegu wody, względna gładkość przewodów, więc i liczba Reynoldsa. Musimy powtórzyć obliczenia dla nowych warunków.



Rys. 4.14b

- prędkość obiegu w przewodach: $v = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot 0,012^2} = 8842 \cdot Q$
- liczba Reynoldsa: $Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{8842 \cdot Q \cdot 0,012}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 212 \cdot 10^6 \cdot Q$
- współczynnik strat liniowych - z wykresu Nikuradsego;

Całkowita wysokość podnoszenia:

$$H_c = \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\lambda \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right) = \frac{8842^2 \cdot Q^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \left(\lambda \frac{40}{0,012} + 20 \right) = \frac{8842^2 \cdot Q^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \left(\lambda \frac{40}{0,012} + 20 \right) = 3,985 \cdot 10^6 \cdot Q^2 \cdot (3333 \cdot \lambda + 20)$$

Na podstawie tych zależności sporządzimy tablicę, analogiczną jak w poprzednim wypadku.

Q	$0,1 \cdot 10^{-3}$	$0,12 \cdot 10^{-3}$	$0,13 \cdot 10^{-3}$
v [m/s]	0,884	1,061	1,149
Re	21200	25440	27560
λ	0,043	0,044	0,044
H_c'' [m]	6,5	9,56	11,2

Krzywa H_c'' została również umieszczona na wykresie (rys. 4.14b). Dzięki niej został znaleziony punkt pracy dla przypadku podanego zanieczyszczenia przewodów: $Q = 0,125 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 10,4 \text{ m}$, $\eta = 0,32$.

Moc napędu pompy w tych warunkach wynosi: $P_{\text{nap}}'' = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} = \frac{9810 \cdot 0,125 \cdot 10^{-3} \cdot 10,4}{0,32} = 40 \text{ W}$

Mimo spadku sprawności, moc pobierana przez pompę przy zdławionym przepływie zmniejszyła się, co jest zgodne z charakterystyką mocy pomp odśrodkowych.

Zad. 4.15. Charakterystyka pompy odśrodkowej pracującej z prędkością 1200 obr/min jest dana punktami:

Wydajność [m^3/s]	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
Wysokość podnoszenia [m]	43	50	51	48	43	36	27

Wykreślić charakterystyki, jakie będzie miała ta pompa przy prędkościach obrotowych 1000 i 1500 obr/min, zakładając niezmienną sprawność.

Rozwiązanie

Z praw podobieństwa ruchu wynika, że wydajność maszyny wirowej jest liniowo proporcjonalna do prędkości obrotowej, zaś wysokość podnoszenia jest proporcjonalna do kwadratu prędkości obrotowej. Wynika z tego, że każdemu punktowi $P(Q, H)$ oryginalnej charakterystyki pompy (określonej przy prędkości obrotowej n) można przypisać punkt $P'(Q', H')$ odpowiadający innej prędkości obrotowej n' według zależności:

$$Q' = Q \frac{n'}{n}; \quad H' = H \left(\frac{n'}{n} \right)^2$$

Dysponując punktami charakterystyki określonej przy prędkości $n = 1200 \text{ obr/min}$ można wytyczyć punkty odpowiadające prędkości 1000 obr/min, określając dla każdego nowego punktu współrzędne Q' i H' . Na przykład, punktowi (0,02, 51) odpowiada punkt o współrzędnych:

$$Q' = Q \frac{n'}{n} = 0,02 \cdot \frac{1000}{1200} = 0,0166 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad H' = H \left(\frac{n'}{n} \right)^2 = 51 \left(\frac{1000}{1200} \right)^2 = 35,4 \text{ m}$$

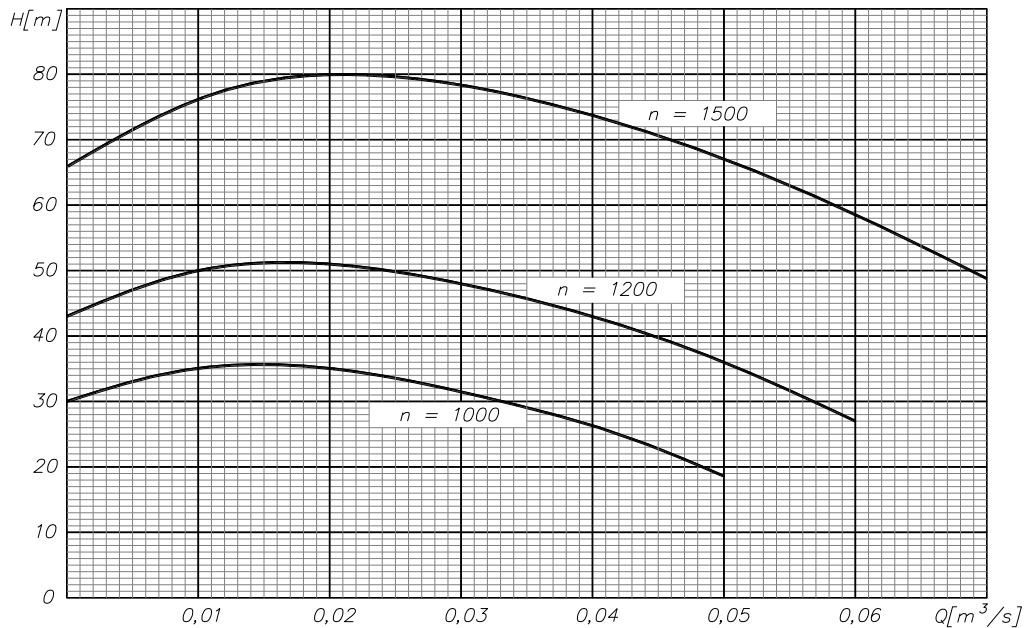
Postępując w ten sposób, otrzymujemy dwie nowe charakterystyki przy zadanych prędkościach, przedstawione punktami w poniższych tabelach i na rysunku 4.15.

przy $n = 1000 \text{ obr/min}$:

Wydajność [m^3/s]	0	0,0833	0,0167	0,025	0,0333	0,0417	0,05
Wysokość podnoszenia [m]	29,86	34,72	35,42	33,33	29,86	25	18,75

przy $n = 1500 \text{ obr/min}$:

Wydajność [m^3/s]	0	0,0125	0,025	0,0375	0,05	0,0625	0,075
Wysokość podnoszenia [m]	67,2	78,13	79,69	75	67,19	56,25	42,19



Rys. 4.15

Zad. 4.16. Charakterystyka pompy odśrodkowej pracującej z prędkością 1000 obr/min jest dana punktami:

Wydajność [m³/s]	0	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03
Wysokość podnoszenia [m]	40	43	43	41	36	28	18

Pożądana jest praca układu pompowego z wydajnością 0,025 m³/s i z wysokością podnoszenia równą 56 m. Jaka powinna być prędkość obrotowa pompy? Wykreślić charakterystykę Q-H przy tej prędkości, zakładając niezmienną sprawność.

Rozwiązanie

Zadanie jest odwrotne w stosunku do poprzedniego. W tym wypadku trzeba znaleźć prędkość obrotową, przy której przesunięta charakterystyka pompy przejdzie przez zadany punkt. Również w tym zadaniu posługujemy się prawami podobieństwa ruchu. Wiadomo, że jeśli przy pewnej prędkości n pompa pracuje z wydajnością Q i wysokością podnoszenia H , to przy dowolnej (w pewnym zakresie) innej prędkości n' współrzędne punktu pracy Q' i H' spełniają zależności:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{n'}{n}; \quad \frac{H'}{H} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2$$

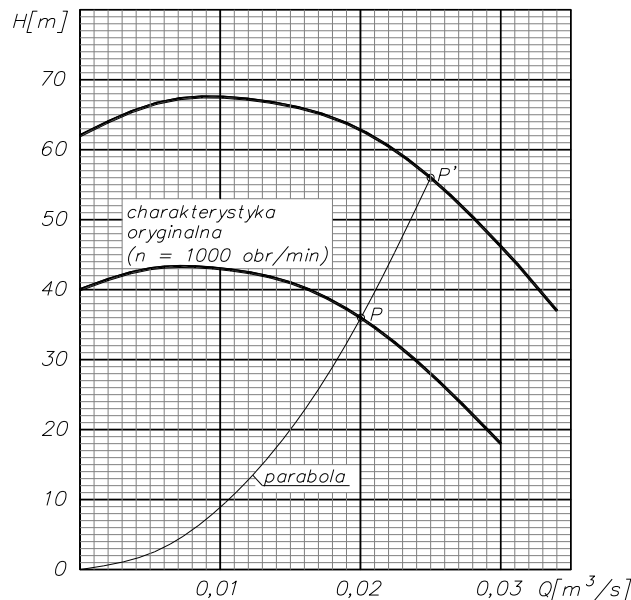
Jeśli połączymy te zależności, to otrzymamy:

$$\frac{H'}{H} = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 = \left(\frac{Q'}{Q}\right)^2; \quad H' = \left(\frac{H}{Q^2}\right) \cdot Q'^2$$

Ostatnie wyrażenie oznacza, że współrzędne rodziny punktów pokrewnych temu pierwszemu punktowi, a odpowiadających różnym prędkościom, będzie leżeć na krzywej drugiego stopnia (paraboli), mającej wierzchołek w początku układu współrzędnych. Jeśli więc chcemy na charakterystyce pompy odnaleźć punkt pokrewny zadanemu punktowi P' , nie leżącemu na niej, to należy przeprowadzić parabolę z początku układu współrzędnych przez ten zadany punkt P' . Miejsce w którym parabola przetnie charakterystykę wyznacza punkt pokrewny P . Mając współrzędne punktu zadanego P' i punktu pokrewnego P można wyznaczyć relację między prędkościami obrotowymi na podstawie wyżej podanych zależności.

Opisane działania są zilustrowane na rysunku 4.16. Współczynnik paraboli został określony na podstawie współrzędnych punktu P’:

$$a = \frac{H'}{Q'^2} = \frac{56}{0,025^2} = 89600$$



Rys. 4.16

Wyznaczony na oryginalnej charakterystyce punkt P ma współrzędne: $Q = 0,02 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 36 \text{ m}$.

Prędkość obrotową właściwą dla punktu P’ określamy np. z relacji między wydajnościami Q i Q’:

$$n' = \frac{Q'}{Q} \cdot n = \frac{0,025}{0,02} \cdot 1000 = 1250 \text{ obr / min}$$

Dysponując nową prędkością obrotową sporządzamy odpowiednią do niej charakterystykę pompy. Oczywiście przechodzi ona przez punkt P’ (patrz – rysunek).

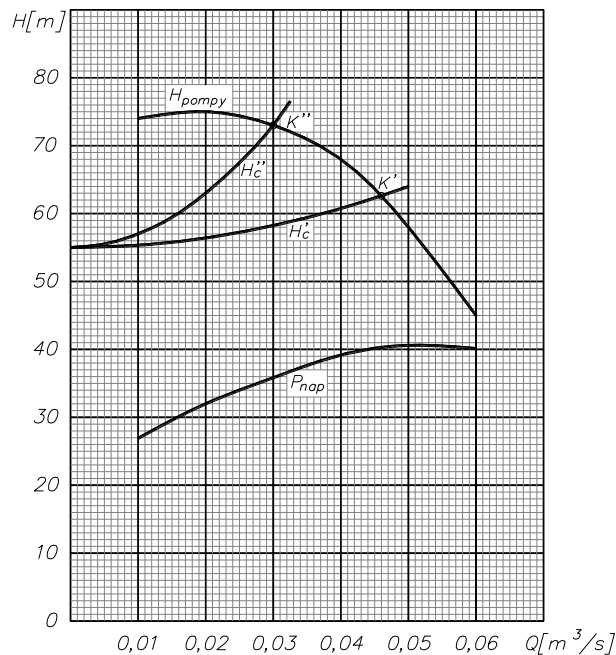
Zad. 4.17. Charakterystyka instalacji jest dana równaniem: $H_c' = 55 + 3600 Q^2$. Charakterystyki pompy są dane punktami:

Wydajność [m^3/s]	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
Wysokość podnoszenia [m]	74	75	73	68	58	45
Moc napędu [kW]	26,9	32	35,8	39,2	40,6	40,1

Ponieważ wydajność tej pompy okazała się za duża, zdławiono przepływ na przewodzie tłocznym do wydajności równej $Q = 1,8 \text{ m}^3/\text{min}$. Wykreślić charakterystykę instalacji $Q-H_c''$ po zdławieniu, zakładając kwadratową zależność strat od prędkości przepływu. Wyznaczyć całkowitą sprawność pompy w punkcie pracy przed i po zdławieniu.

Rozwiązanie

Współpraca pompy z instalacją o charakterystyce H_c' była scharakteryzowana takimi parametrami, jakie wyznacza punkt K', tzn. $Q = 0,046 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 62,5 \text{ m}$. Jedną z metod zmniejszenia natężenia przepływu jest dławienie za pomocą odpowiedniego zaworu. Jeśli zdławiono przepływ do wartości $Q = 1,8 \text{ m}^3/\text{min}$, czyli $0,03 \text{ m}^3/\text{s}$, to znaczy, że po zdławieniu współrzędna Q punktu pracy wynosi właśnie $0,03 \text{ m}^3/\text{s}$. Na charakterystyce pompy znajdujemy punkt pracy K'', który leży na odciętej równej 0,03. Punkt ten informuje, że wysokość podnoszenia po zdławieniu wynosi 73 m.



Rys. 4.17

Wykreślenie charakterystyki instalacji po zdławieniu

Charakterystyka ta musi rozpoczynać się w tym samym punkcie, w który rozpoczynała się charakterystyka przed zdławieniem, ponieważ dławienie nie wpływa na geometryczną wysokość podnoszenia (równą - jak widać - 55 m). Z założenia, że straty wykazują kwadratową zależność od prędkości przepływu, wynika iż krzywa H_c'' musi być parabolą z wierzchołkiem w punkcie (0, 55). Można opisać tę parabolę równaniem:

$$H_c'' = 55 + a \cdot Q^2$$

Współrzędne punktu K'' umożliwiają wyznaczenie współczynnika paraboli a:

$$a = \frac{H - 55}{Q^2} = \frac{73 - 55}{0,03^2} = 20000$$

Tak więc charakterystyka H_c'' jest opisana równaniem:

$$H_c'' = 55 + 20000 \cdot Q^2,$$

z którego łatwo wykreślić krzywą H_c'' .

Wyznaczenie sprawności pompy

Sprawność wyznaczymy jako stosunek mocy użytecznej P do mocy napędu P_{nap} , danej na charakterystyce pompy.

$$\eta = \frac{P}{P_{nap}} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{P_{nap}}$$

Przed zdławieniem pompa pracowała z parametrami: $Q = 0,046 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 62,5 \text{ m}$, $P_{nap} = 40 \text{ kW}$

$$\eta = \frac{9810 \cdot 0,046 \cdot 62,5}{40} = 0,70$$

Po zdławieniu parametry pracy są następujące: $Q = 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 73 \text{ m}$, $P_{nap} = 35,8 \text{ kW}$

$$\eta = \frac{9810 \cdot 0,03 \cdot 73}{35,8} = 0,60$$

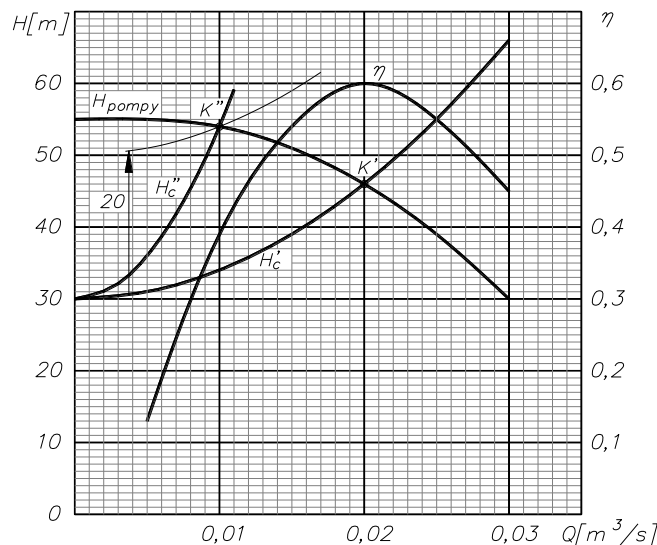
Zad. 4.18. Charakterystyka instalacji jest dana równaniem: $H_c = 30 + 40000 Q^2$. Charakterystyki pompy są dane punktami:

Wydajność [m^3/s]	0	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030
Wysokość podnoszenia [m]	55	55	54	51	46	39	30
Sprawność [%]	-	13	39	54	60	55	45

W celu ograniczenia natężenia przepływu w instalacji zastosowano regulację dławieniową. Jaka jest wartość natężenia przepływu, gdy na zaworze dławiącym stwierdzono spadek ciśnienia o wartości 196 kPa? Ile wynosi moc pobierana przez pompę bez dławienia i przy opisanym dławieniu?

Rozwiązanie

Jak łatwo spostrzec na wykresie, w instalacji o podanej charakterystyce ($H_c' = H_c$) pompa pracuje z wydajnością 0,02 m^3/s (punkt K'). Wprowadzenie zaworu dławiącego zmniejsza natężenie przepływu wskutek zwiększenia oporów. Spadek ciśnienia na zaworze dławiącym jest miarą wzrostu całkowitej wysokości strat w instalacji, w warunkach ustalonych po wprowadzeniu dławienia. Innymi słowy, w nowych warunkach całkowita wysokość strat jest sumą wysokości strat naturalnych dla tej instalacji i straty równoważnej spadkowi ciśnienia w zaworze. Charakterystyka łączna instalacji i zaworu H_c'' musi przebiegać bardziej stromo niż H_c' i musi przeciąć charakterystykę pompy w nowym punkcie K'' .



Rys. 4.18

Trzeba podkreślić, że na razie nie wiemy, jak przeprowadzić charakterystykę H_c'' . Wiadomo jednak, że w tym niewiadomym stanie równowagi (punkt K''), spadek ciśnienia na zaworze wynosi 196 kPa. Przeliczając to na stratę wysokości, otrzymamy:

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = \frac{196000 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 20 \text{ m}$$

To wskazuje na sposób, jakim znajdziemy nowy punkt pracy K'' : punkt ten musi znajdować się o 20 m (w skali rysunku) ponad linią H_c' . W celu jego wyznaczenia przesuwamy linię H_c' w górę o 20 m do położenia wskazanego linią cienką. Miejsce przecięcia tej linii z charakterystyką pompy jest poszukiwanym punktem K'' . Jego parametry to: $Q'' = 0,01 \text{ m}^3/s$, $H'' = 54 \text{ m}$, $\eta'' = 0,39$. Tak więc w wyniku zastosowanego zdławienia natężenie przepływu spadło z 0,02 do 0,01 m^3/s .

Moc pobierana przez pompę pracującą bez dławienia:

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q' \cdot H'}{\eta'} = \frac{9810 \cdot 0,02 \cdot 46}{0,6} = 15042 \text{ W} \approx 15 \text{ kW}$$

Moc pobierana przez pompę pracującą z dławieniem:

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q'' \cdot H''}{\eta''} = \frac{9810 \cdot 0,01 \cdot 54}{0,39} = 13583 \text{ W} \approx 13,6 \text{ kW}$$

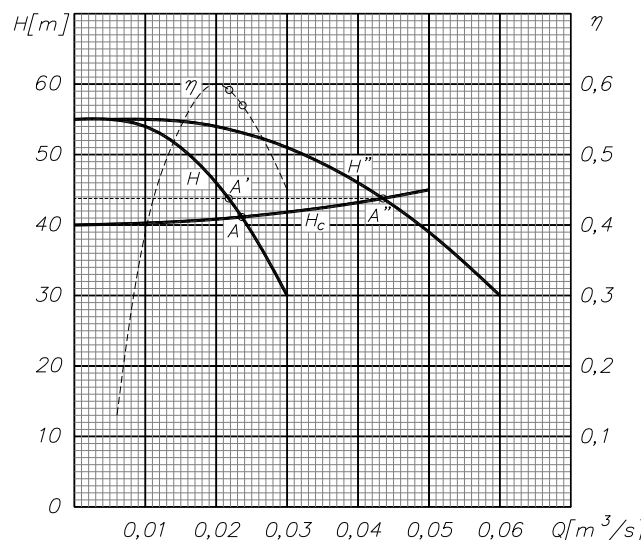
Zad. 4.19. Charakterystyka całkowitej wysokości podnoszenia pewnej instalacji jest dana równaniem: $H_c = 40 + 2000 Q^2$. Charakterystyki H i η pompy są dane punktami:

Wydajność [m^3/s]	0	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030
Wysokość podnoszenia [m]	55	55	54	51	46	39	30
Sprawność [%]	-	13	39	54	60	55	45

Wyznaczyć parametry punktu współpracy (wydajność i wysokość podnoszenia) przedstawionej pompy i instalacji. Określić też parametry współpracy zespołu dwóch takich pomp połączonych równolegle w tej samej instalacji. Określić parametry, z jakimi pracuje każda z pomp po tym połączeniu. Obliczyć moc pobieraną przez jedną pompę pracującą pojedynczo i moc pobieraną przez obie pompy we współpracy równoległej.

Rozwiązanie

Na podstawie wartości podanych w tabeli wykreślamy charakterystykę wysokości podnoszenia H i charakterystykę sprawności pompy η w funkcji wydajności Q . Na tym samym wykresie (rys. 4.19) umieszczamy charakterystykę H_c instalacji, prowadząc ją przez punkty określone podanym równaniem. Punkt pracy przedstawionej pompy jest zobrazowany przez punkt przecięcia charakterystyk H_c i H . Jest on oznaczony literą A, a określa następujące parametry: $Q = 0,0235 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 41 \text{ m}$.



Rys. 4.19

Jeśli w tym samym urządzeniu zostaną zainstalowane dwie takie pompy w układzie równoległym, to uzyskujemy zespół pompowy o zwiększonej wydajności przy porównywalnych wysokościach podnoszenia. W celu wykreślenia charakterystyki takiego zespołu H'' sumujemy współrzędne wydajności na kolejnych poziomach wysokości podnoszenia. Parametry współpracy tego zespołu z tą samą instalacją odczytujemy w punkcie A'' przecięcia krzywej H'' z krzywą H_c . Wartości tych parametrów są następujące: $Q = 0,0435 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 43,8 \text{ m}$. Nastąpiło zwiększenie wydajności, a także niewielkie zwiększenie wysokości podnoszenia, co jest skutkiem wzrostu oporów instalacji ze wzrostem wydajności.

Wyznamy teraz parametry kaŹdej z pomp przy pracy wspólniej. Z istoty połączenia równoległego wynika, Źe obydwie pompy pracujĄ z tĄ samĄ wysokością podnoszenia, wynoszącą 43,8 m. Pozostaje do wyznaczenia wydajnoŹć kaŹdej pompy. MoŹemy siĄ domyŹlać, Źe powinna to być wydajnoŹć równa połowie wydajnoŹci zespołu, czyli $Q = 0,0217 \text{ m}^3/\text{s}$. Istnieje teŹ moŹliwość utwierdzenia siĄ w tym domyŹle za pomocĄ wykresu: NaleŹy przeciągnĄc poziomĄ liniĄ przez punkt A'', czyli na poziomie $H = 43,8 \text{ m}$. W miejscu przecięcia tej linii z charakterystykĄ pojedynczej pompy (H) otrzymujemy punkt A' informujĄcy o poszukiwanych parametrach.

Moc pobieranĄ przez pompę pojedynczo pracujĄcĄ w tej instalacji obliczymy na podstawie wczeŹniej wyznaczonych parametrów takiej pracy oraz sprawnoŹci pompy. Na charakterystyce η (linia kreskowa) odczytujemy, Źe przy wydajnoŹci $Q = 0,0235 \text{ m}^3/\text{s}$ sprawnoŹć pompy wynosi ok. 57%. Moc pobierana przez pojedynczo pracujĄcĄ pompę wynosi wiĄc:

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta'} = \frac{9810 \cdot 0,0235 \cdot 41}{0,57} = 16580 \text{ W} \approx 16,6 \text{ kW}$$

Moc pobieranĄ łącznie przez dwie równoległe współpracujĄce pompy, obliczymy na podstawie parametrów kaŹdej z pomp przy pracy wspólniej oraz odpowiedniej sprawnoŹci pompy. Na charakterystyce η odczytujemy, Źe przy wydajnoŹci $Q = 0,0217 \text{ m}^3/\text{s}$ sprawnoŹć pompy wynosi ok. 59%. Moc pobierana przez zespół dwóch jednakowych pomp wynosi wiĄc:

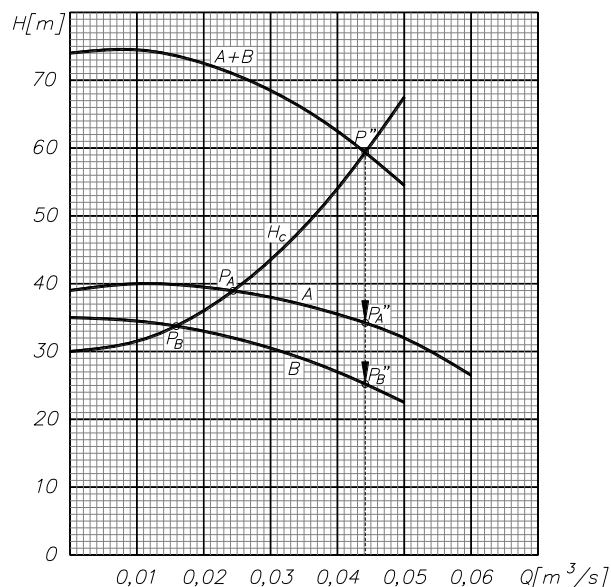
$$P = 2 \cdot \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta'} = 2 \cdot \frac{9810 \cdot 0,0217 \cdot 43,8}{0,59} = 31600 \text{ W} = 31,6 \text{ kW}$$

Zad. 4.20. Charakterystyka instalacji jest dana równaniem: $H_c = 30 + 15000 Q^2$. Charakterystyki dwóch pomp (A i B) sĄ dane punktami:

WydajnoŹć [m^3/s]	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
WysokoŹć podnoszenia pompy A [m]	39	40	39,5	38	35,5	32	27,5
WysokoŹć podnoszenia pompy B [m]	35	34,5	33	30,5	27	22,5	

Wyznaczyć parametry punktu pracy kaŹdej pompy pracujĄcej pojedynczo oraz parametry punktu pracy po szeregowym połączeniu obydwóch pomp. OkreŹlić parametry, z jakimi pracuje kaŹda z pomp po połączeniu. OkreŹlić właŹciwĄ kolejnoŹć pomp.

RozwiĄzanie



Rys. 4.20

Rozpoczynamy od wykreślenia charakterystyk pomp A i B oraz charakterystyki oporów instalacji H_c (rysunek 4.20). Z położenia miejsc przecięcia tych charakterystyk wynika, że pompa A pracowałaby w tej instalacji z wydajnością $Q = 0,0245 \text{ m}^3/\text{s}$ przy wysokości podnoszenia $H = 39 \text{ m}$ (punkt P_A), natomiast pompa B pracowałaby z wydajnością $Q = 0,016 \text{ m}^3/\text{s}$ przy wysokości podnoszenia $H = 34 \text{ m}$ (punkt P_B).

Po szeregowym połączeniu pomp otrzymujemy zespół pompowy wykazujący większą wysokość podnoszenia przy porównywalnych wydajnościach. W celu wykreślenia charakterystyki takiego zespołu (A+B) sumujemy współrzędne wysokości podnoszenia przy kolejnych współrzędnych wydajności (możemy posłużyć się sumowaniem wartości zapisanych w tabeli). Parametry współpracy zespołu z tą samą instalacją odczytujemy w punkcie P przecięcia krzywej (A+B) z krzywą H_c . W tym wypadku wysokość podnoszenia wynosi ok. 59 m przy wydajności ok. $0,044 \text{ m}^3/\text{s}$. Zauważmy, że zwiększeniu wysokości podnoszenia towarzyszy zwiększenie wydajności w porównaniu do pojedynczej pracy którejkolwiek pompy.

Kolejnym poleceniem jest określenie parametrów pracy każdej pompy w sytuacji, gdy pracują one wspólnie w podanej instalacji. Zauważmy, że każda z pomp pracujących szeregowo transportuje taką samą ilość cieczy (zaniedbujemy ewentualne nieszczelności). Oznacza to, że w czasie współpracy musi występować taka sama wydajność w obydwóch pompach. W tym wypadku jest to wydajność ok. $0,044 \text{ m}^3/\text{s}$. Wysokości podnoszenia obydwóch pomp będą więc określone przez punkty przecięcia linii pionowej wyprowadzonej z punktu P z charakterystykami tych wentylatorów. Otrzymamy w ten sposób:

- parametry pracy pompy A (punkt P_A''): $Q \cong 0,044 \text{ m}^3/\text{s}$, $H \cong 34\text{Pa}$,
- parametry pracy pompy B (punkt P_B''): $Q \cong 0,044 \text{ m}^3/\text{s}$, $H \cong 25\text{Pa}$.

Łatwo sprawdzić, że wartości tych wysokości podnoszenia dają w sumie wysokość podnoszenia odczytaną dla zespołu pomp połączonych szeregowo.

Właściwa kolejność ustawienia pomp jest związana z ich wydajnościami przy porównywalnych ciśnieniach. Pompa o większej wydajności nie może być ustawiona jako druga, ponieważ mogłoby to prowadzić do przerwania strugi cieczy między pompami w wyniku dużego podciśnienia. Wobec tego w rozpatrywanym tu przypadku należy zamontować pompy w kolejności A→B.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zad. 4.21. Narysować (proporcjonalnie) teoretyczne trójkąty prędkości na wlocie i wylocie z wirnika przy nominalnym napływie. Obliczyć iloraz prędkości bezwzględnej na wylocie z wieńca łopatkowego i prędkości bezwzględnej na wlocie do niego. Dane: kąt łopatki na wlocie = 22° , kąt łopatki na wylocie = 28° , stosunek średnicy wylotowej do średnicy wlotowej = 3, a stosunek szerokości wylotowej łopatek do szerokości wlotowej = $1/3$. Nie jest zastosowana kierownica wlotowa.

Odpowiedź: $c_2/c_0 = 5,63$

Zad. 4.22. Narysować (proporcjonalnie) teoretyczne trójkąty prędkości na wlocie i wylocie z wirnika przy danych: kąt łopatki na wlocie = 22° , kąt łopatki na wylocie = 28° , stosunek średnicy wylotowej do średnicy wlotowej = 3,6, a stosunek szerokości wylotowej łopatek do szerokości wlotowej = $1/3$. Obliczyć też iloraz prędkości bezwzględnej na wylocie z wieńca łopatkowego i prędkości bezwzględnej na wlocie do niego. Założyć nominalny charakter napływu oraz uwzględnić fakt, że przed wirnikiem nie ma kierownicy.

Odpowiedź: $c_2/c_0 = 7,39$

Zad. 4.23. Dane są wymiary wlotowe wirnika pompy: średnica wieńca łopatkowego = 100 mm, jego szerokość = 30 mm, kąt łopatki = 23° . Prędkość obrotowa wału pompy wynosi 1432 obr/min. Przed wirnikiem jest osadzona kierownica, wprowadzająca wodę do wirnika pod kątem $\alpha_0 = 70^\circ$. Wyznaczyć wydajność teoretyczną pompy przy założeniu nominalnego charakteru napływu (Q_{tin}).

Odpowiedź: $Q_{\text{tin}} = 0,026 \text{ m}^3/\text{s}$.

Zad. 4.24. Uwzględniając podane wymiary wirnika pracującego bez kierownicy wlotowej wyznaczyć wartości prędkości c_{u2} przy wydajnościach: $0,8 Q_{\text{tin}}$, Q_{tin} , $1,2 Q_{\text{tin}}$. Prędkość obrotowa wirnika = 1420 obr/min.

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	150 mm	300 mm
Szerokość łopatki	40 mm	22 mm
Kąt łopatki	20°	24°

Odpowiedź: $c_{u2} =$: 15,7 m/s, 14,0 m/s, 12,4 m/s.

Zad. 4.25. Prędkość obrotowa wirnika pewnej pompy odśrodkowej wynosi 1430 obr/min. Wirnik ma następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	100 mm	200 mm
Kąt łopatki	21°	28°

Ile wynosi teoretyczna nominalna wysokość podnoszenia H_{tin} , jeśli szerokość wylotowa łopatek jest równa 0,6 szerokości wlotowej? Przyjąć, że pompa nie jest wyposażona w kierownicę wlotową. Narysować (proporcjonalnie) teoretyczne trójkąty prędkości na wlocie i wylocie z wirnika.

Odpowiedź: $H_{\text{tin}} = 16 \text{ m}$

Zad. 4.26. Dane są wymiary wirnika pompy odśrodkowej pracującej bez kierownicy wlotowej. Prędkość obrotowa wirnika wynosi 1450 obr/min. Obliczyć teoretyczną nominalną wydajność Q_{tin} oraz teoretyczną nominalną wysokość podnoszenia H_{tin} przy zadanych wartościach kąta wylotowego łopatek β_2 : 20°, 25°, 30°, 35°, 40°. Wykreślić zależność H_{tin} od β_2 .

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	130 mm	200 mm
Szerokość łopatki	28 mm	19 mm
Kąt łopatki	21°	β_2

Odpowiedź: $Q_{\text{tin}} = 0,0433 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_{\text{tin}} = 8,06, 11,5, 13,8, 15,5, 16,8 \text{ [m]}$

Zad 4.27. Dane są wymiary wirnika pompy odśrodkowej. Zakładając nominalny charakter napływu (bez kierownicy wlotowej), obliczyć prędkość obrotową wirnika właściwą dla uzyskania teoretycznej wydajności $Q_{\text{tin}} = 90 \text{ dm}^3/\text{s}$. Przyjmując tę prędkość, obliczyć teoretyczną nominalną wysokość podnoszenia oraz współczynnik reakcyjności w dwóch wypadkach: 1) $\beta_2 = 15^\circ$, 2) $\beta_2 = 40^\circ$.

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	150 mm	280 mm
Szerokość łopatki	42 mm	25 mm
Kąt łopatki	22°	β_2

Odpowiedź: $n = 1433 \text{ obr/min}$; 1) $H_{\text{tin}} = 12,3 \text{ m}$, $\rho_r = 0,88$; 2) $H_{\text{tin}} = 34,5 \text{ m}$, $\rho_r = 0,62$.

Zad. 4.28. Wirnik pompy odśrodkowej ma następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	160 mm	270 mm
Szerokość łopatki	45 mm	30 mm
Kąt łopatki	24°	29°

Przyjąć, że pompa nie jest wyposażona w kierownicę wlotową. Jaką prędkość obrotową należy nadać temu wirnikowi w celu uzyskania teoretycznej nominalnej wysokości podnoszenia równej 34 m? Jaka będzie wówczas teoretyczna nominalna wydajność?

Odpowiedź: $n = 1701 \text{ obr/min}$, $Q_{\text{tin}} = 0,144 \text{ m}^3/\text{s}$

Zad. 4.29. Dane są wymiary wirnika pompy odśrodkowej:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	150 mm	300 mm
Szerokość łopatki	40 mm	22 mm
Kąt łopatki	20°	24°

Prędkość obrotowa wirnika wynosi 1440 obr/min. Jaki powinien być kąt α_0 wprowadzenia wody przez łopatkę kierownicy przedwirnikowej, aby pompa charakteryzowała się wydajnością $Q_{\text{tin}} = 0,086 \text{ m}^3/\text{s}$? Wyznaczyć też teoretyczną nominalną wysokość podnoszenia tej pompy.

Odpowiedź: $\alpha_0 = 105^\circ$, $H_{\text{tin}} = 32,1 \text{ m}$

Zad. 4.30. Wirnik pompy odśrodkowej ma określone następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Szerokość łopatki	50 mm	30 mm
Kąt łopatki	21°	26°

Pompa nie jest wyposażona w kierownicę wlotową. Średnica wieńca łopatkowego na wlocie D_1 jest równa 140 mm. Określić średnicę D_2 właściwą dla osiągnięcia wysokości podnoszenia H_{tin} równej 30 m przy prędkości obrotowej 1600 obr/min.

Odpowiedź: $D_2 = 260$ mm.

Zad. 4.31. Wirnik pompy odśrodkowej ma określone następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	200 mm	350
Kąt łopatki	23°	30°

Pompa nie jest wyposażona w kierownicę wlotową. Dobrać szerokość wirnika na wlocie i wylocie (z dokładnością do 1 mm), aby osiągnąć następujące parametry: $Q_{\text{tin}} = 0,18 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_{\text{tin}} = 30$ m.

Odpowiedź: $b_1 = 54$ mm, $b_2 = 33$ mm.

Zad. 4.32. Dane są wymiary wirnika pompy odśrodkowej pracującej bez kierownicy wlotowej. Zakładając nominalny charakter napływu, obliczyć teoretyczną nominalną wydajność oraz teoretyczną nominalną wysokość podnoszenia przy wartościach prędkości wirnika równych kolejno: 960, 1440, 2880 obr/min.

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	180 mm	270 mm
Szerokość łopatki	42 mm	30 mm
Kąt łopatki	20°	26°

Odpowiedź: $Q_{\text{tin}} = 0,0782$, $0,1173$, $0,2346 \text{ [m}^3/\text{s]}$, $H_{\text{tin}} = 10,1$, $22,6$, $90,5 \text{ [m]}$

Zad. 4.33. Dane są wymiary wirnika pompy odśrodkowej i prędkość obrotowa wirnika równa 1400 obr/min. W pompie tej nie ma kierownicy wlotowej. Wyznaczyć teoretyczną nominalną wydajność pompy Q_{tin} . Obliczyć teoretyczną wysokość podnoszenia H_{ti} przy wartościach wydajności równych kolejno: $0,6 Q_{\text{tin}}$, $0,8 Q_{\text{tin}}$, Q_{tin} , $1,2 Q_{\text{tin}}$.

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	200 mm	320 mm
Szerokość łopatki	48 mm	30 mm
Kąt łopatki	22°	26°

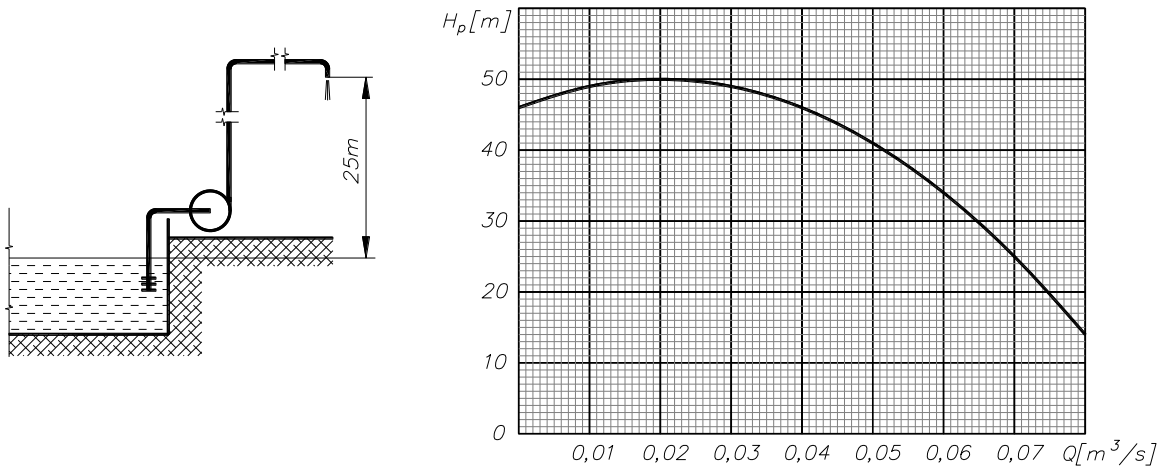
Odpowiedź: $Q_{\text{tin}} = 0,179 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_{\text{ti}} = 38,7$, $32,9$, $27,1 (= H_{\text{tin}})$, $21,3 \text{ [m]}$

Zad. 4.34. Obliczyć prędkość obrotową wirnika właściwą dla uzyskania teoretycznej nominalnej wydajności równej $0,153 \text{ m}^3/\text{s}$. Biorąc pod uwagę tę prędkość, obliczyć teoretyczną nominalną wysokość podnoszenia oraz kinematyczny wyróżnik szybkobieżności przy stosunkach średnicy wylotowej i wlotowej wieńca łopatkowego D_2/D_1 równych kolejno 1,8, 2,2, 2,6. Dane geometryczne są podane w tabeli:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	200 mm	D_2
Szerokość łopatki	48 mm	30 mm
Kąt łopatki	22°	26°

Odpowiedź: $n = 1200$ obr/min, $H_{\text{tin}} = 30,8$, $56,6$, $87,5 \text{ [m]}$, $n_{\text{SQ}} = 35,9$, $22,7$, $16,4$.

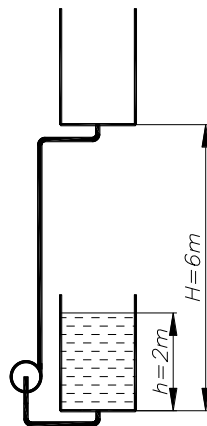
Zad. 4.35. Wyznaczyć moc użyteczną pompy pracującej w przedstawionym układzie. Charakterystyka pompy jest przedstawiona na wykresie. Średnica przelotu przewodów wynosi 200 mm, łączna długość przewodów jest równa 250 m, suma współczynników oporów miejscowych = 10. Przyjąć wartość współczynnika oporu liniowego $\cong 0,03$. Sprawdzić, jak zmieni się moc użyteczna wskutek obniżenia poziomu wody w zbiorniku o 1,5 m.



Rys. 4.35

Odpowiedź: $P \cong 20$ kW; po obniżeniu poziomu wody o 1,5 m $P \cong 20,1$ kW.

Zad. 4.36. Zadaniem pompy jest przepompowanie wody ze zbiornika dolnego do pustego zbiornika górnego.



Rys. 4.36

Zbiorniki są identyczne. Charakterystyka pompy jest dana punktami:

Wydajność [m^3/s]	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030	0,035
Wysokość podnoszenia [m]	9,4	9,1	8,6	7,9	7,0	5,9	4,6
Sprawność całkowita [%]	18	36	49	56	58	56	48

Wyznaczyć wydajność pompy, jej wysokość podnoszenia i moc napędu na początku i na końcu procesu transportu wody. Założyć, że zarówno na początku jak i na końcu tego procesu przewody są napełnione wodą. Dane: średnica przelotu przewodów $d = 120$ mm, łączna długość przewodów $L = 10$ m. Przyjąć, że współczynnik oporu liniowego w przewodach wynosi $\lambda = 0,035$, zaś suma współczynników oporów miejscowych $\Sigma\zeta = 3$.

Odpowiedź: $Q \cong (0,029 \div 0,015) \text{ m}^3/\text{s}$, $H = (6,05 \div 8,55) \text{ m}$, $P_{\text{nap}} \cong (3,1 \div 2,6) \text{ kW}$.

Zad. 4.37. Charakterystyka pompy jest dana punktami:

Wydajność [m ³ /s]	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
Wysokość podnoszenia [m]	40	41	40	38	35	31	25
Sprawność całkowita [%]	-	12	37	52	59	60	57

Pompa służy do usuwania wody z wyrobiska na poziom wyższy o 20 m (wypływ swobodny). Wyznaczyć wydajność pompy i pobieraną moc. Dane: średnica przelotu przewodów wynosi 90 mm, łączna długość przewodów jest równa 50 m, suma współczynników oporów miejscowych = 12, współczynnik lepkości kinematycznej wody wynosi 10^{-6} m²/s, zaś współczynnik oporu liniowego w przewodach jest określony wzorem Altszula: $\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} \right)^{0,25}$

Odpowiedź: $Q \cong 0,027$ m³/s, $P_{\text{nap}} \cong 21$ kW.

Zad. 4.38. Oczekuje się, że pompa odśrodkowa będzie tłoczyć wodę do otwartego zbiornika z wydajnością 10,8 m³/godz. Geometryczna wysokość podnoszenia wynosi 40 m. Suma współczynników oporów miejscowych = 15, łączna długość przewodu ssawnego i tłocznego = 160 m, średnica przelotu = 4,5 cm, współczynnik lepkości kinematycznej wody w temperaturze transportu wynosi $1,1 \cdot 10^{-6}$ m²/s. Przyjąć, że współczynnik oporu liniowego spełnia równanie: $\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} \right)^{0,25}$.

Dobrać właściwą pompę spośród trzech pomp (A, B lub C) o charakterystykach danych punktami:

Wydajność [m ³ /s]		0,0005	0,0010	0,0015	0,0020	0,0025	0,0030	0,0035	0,0040
Wysokość podnoszenia [m]	Pompa A:	65	64	63	61	59	55	49	41
	Pompa B:	80	79	77	74	70	65	59	51
	Pompa C:	100	98	95	90	83	75	65	50

Odpowiedź: Pompa „A”.

Zad. 4.39. Charakterystyka instalacji jest określona równaniem: $H_c = 9 + 1018 \cdot Q^2$. Do zasilania tej instalacji zastosowano pompę, której charakterystyki przy prędkości obrotowej równej 1400 obr/min są dane punktami:

Wydajność [m ³ /s]	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
Wysokość podnoszenia [m]	15	16	15,5	14,3	12,5	10,0	7
Sprawność całkowita [%]	-	25	42	54	61	60	50

Stwierdzono, że natężenie przepływu jest zbyt duże, więc zmniejszono prędkość napędu do 1200 obr/min. Jakiego natężenia przepływu i jakiej mocy napędu należy się teraz spodziewać?

Odpowiedź: $Q = 0,03$ m³/s, $P_{\text{nap}} = 5,02$ kW

Zad. 4.40. Charakterystyka pompy odśrodkowej pracującej z prędkością 1800 obr/min jest dana punktami:

Wydajność [m ³ /s]	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
Wysokość podnoszenia [m]	69	74	75	73	68	58	45

Pożądana jest praca układu pompowego z wydajnością 0,04 m³/s i z wysokością podnoszenia równą 50 m. Jaka powinna być prędkość obrotowa pompy? Wykreślić charakterystykę Q-H przy tej prędkości, zakładając niezmienną sprawność.

Odpowiedź: $n = 1600$ obr/min.

Zad. 4.41. Charakterystyka instalacji jest określona równaniem: $H_c = 9 + 1018 \cdot Q^2$. Do zasilania tej instalacji zastosowano pompę o charakterystykach danych punktami:

Wydaźność [m ³ /s]	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
Wysokość podnoszenia [m]	15	16	15,5	14,3	12,5	10,0	7
Sprawność całkowita [%]	-	25	42	54	61	60	50

Stwierdzono, że natężenie przepływu jest zbyt duże, więc w kanale tłocznym o średnicy wewnętrznej 160 mm umieszczono element dławiący o współczynniku oporu miejscowego $\zeta = 30$. Jakiego natężenia przepływu i jakiej mocy napędu należy się spodziewać po wymontowaniu tego elementu dławiącego?

Odpowiedź: $Q = 0,032 \text{ m}^3/\text{s}$, $P_{\text{nap}} = 7,85 \text{ kW}$

Zad. 4.42. Wymiary wirnika pompy wynoszą: $D_1 = 260 \text{ mm}$, $D_2 = 380 \text{ mm}$, $b_1 = 50 \text{ mm}$, $b_2 = 30 \text{ mm}$, $\beta_1 = 26^\circ$, $\beta_2 = 45^\circ$. Pompa jest wyposażona w kierownicę wlotową, której łopatki mogą być nastawiane w zakresie $\pm 10^\circ$ od położenia promieniowego (tzn. $\alpha_0 = 80^\circ \div 100^\circ$). Wyznaczyć procentowy wzrost lub spadek nominalnej wydajności i nominalnej wysokości podnoszenia przy skrajnych położeniach łopatek kierownicy w stosunku do tych wielkości występujących przy promieniowym położeniu łopatek.

Odpowiedź: Przy $\alpha_0 = 80^\circ$: spadek wydajności = 8%, spadek wysokości podnoszenia = 1%,
Przy $\alpha_0 = 100^\circ$: wzrost wydajności = 9%, wzrost wysokości podnoszenia = 1%.

Zad. 4.43. Charakterystyka instalacji jest dana równaniem: $H = 30 + 15000 Q^2$.

Charakterystyki pompy są dane punktami:

Wydaźność [m ³ /s]	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
Wysokość podnoszenia [m]	40	41	40	38	35	31	25
Sprawność całkowita [%]	-	12	37	52	59	60	57

Wyznaczyć parametry punktu pracy (wydaźność i wysokość podnoszenia) po szeregowym połączeniu dwóch takich pomp. Określić parametry, z jakimi pracuje każda z pomp po połączeniu. Obliczyć moc pobieraną przez jedną pompę pracującą pojedynczo i moc pobieraną przez obie pompy we współpracy szeregowej.

Odpowiedź:

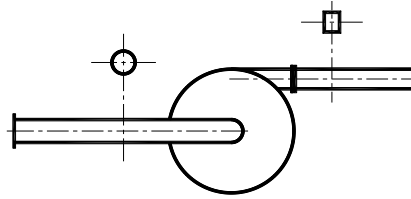
$Q = 0,048 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 64 \text{ m}$, wówczas dla jednej pompy: $Q = 0,048$, $H = 32$, $\eta = 60\%$.

$P'_{\text{nap}} = 20790 \text{ W}$, $P''_{\text{nap}} = 50230 \text{ W}$

5. WENTYLATORY PROMIENIOWE

Uwaga: We wszystkich zadaniach założono temperaturę powietrza równą 20°C, z czego wynika gęstość powietrza $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$.

Zad. 5.1. Wentylator wciąga powietrze do hali produkcyjnej. Podciśnienie (statyczne) w króćcu ssawnym $\Delta p_{s,st}$ wynosi 500 Pa, nadciśnienie (statyczne) w króćcu tłocznym $\Delta p_{t,st} = 150 \text{ Pa}$, a natężenie przepływu Q wynosi $0,4 \text{ m}^3/\text{s}$. Króciec ssawny ma średnicę 140 mm, króciec tłoczny ma przekrój prostokątny o wymiarach $100 \times 130 \text{ mm}$. Obliczyć spiętrzenie statyczne, dynamiczne i całkowite. Wyznaczyć moc użyteczną wentylatora i moc pobieraną przez niego, wiedząc że jego sprawność całkowita wynosi 0,6.



Rys. 5.1

Rozwiązanie

Spiętrzenie statyczne jest sumą podciśnienia statycznego w króćcu ssawnym $\Delta p_{s,st}$ i nadciśnienia statycznego $\Delta p_{t,st}$ w króćcu tłocznym:

$$\Delta p_{st} = \Delta p_{s,st} + \Delta p_{t,st} = 500 + 150 = 650 \text{ Pa}$$

Spiętrzenie dynamiczne jest różnicą ciśnienia dynamicznego w króćcu tłocznym i ciśnienia dynamicznego w króćcu ssawnym:

$$\Delta p_{dyn} = p_{t,dyn} - p_{s,dyn} = \rho \cdot \frac{v_t^2 - v_s^2}{2}$$

Prędkości powietrza w króćcach obliczymy dzieląc natężenie przepływu przez pole przekroju odpowiedniego króćca.

$$v_t = \frac{Q}{100 \times 130 \text{ mm}} = \frac{0,4}{0,1 \cdot 0,13} = 30,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_s = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{0,4}{\frac{\pi \cdot 0,14^2}{4}} = 26 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta p_{dyn} = 1,2 \cdot \frac{30,77^2 - 26^2}{2} = 162 \text{ Pa}$$

Całkowite spiętrzenie w wentylatorze jest równe sumie spiętrzenia statycznego i dynamicznego:

$$\Delta p = \Delta p_{st} + \Delta p_{dyn} = 650 + 162 = 812 \text{ Pa}$$

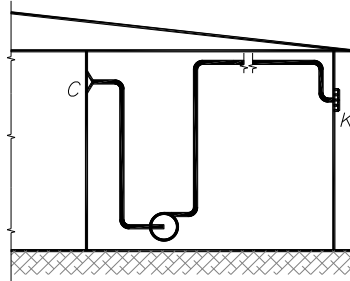
Moc użyteczna wynika z parametrów wyjściowych wentylatora: wydajności i spiętrzenia całkowitego:

$$P = Q \cdot \Delta p = 0,4 \cdot 812 = 325 \text{ W}$$

Moc pobierana przez wentylator (moc napędu) jest obliczana z uwzględnieniem sprawności:

$$P_{nap} = \frac{P}{\eta} = \frac{325}{0,6} = 542 \text{ W}$$

Zad. 5.2. Natężenie przepływu powietrza w pewnej instalacji powinno wynosić $Q = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$. Kanał wentylacyjny ssawny o średnicy $d_s = 250 \text{ mm}$ i długości $L_s = 8 \text{ m}$ przy podanym przepływie wykazuje opór liniowy $R_s = 3,5 \text{ Pa/m}$, kanał tłoczny o przekroju $a \times a = 200 \times 200 \text{ mm}$ i długości $L_t = 32 \text{ m}$ wykazuje opór liniowy $R_t = 4 \text{ Pa/m}$. W każdym kolanie współczynnik oporu miejscowego $\zeta = 0,5$. Spadki ciśnienia na czepni Δp_c i na kratce Δp_k przy tym przepływie są równe po 30 Pa . Wyznaczyć konieczne spiętrzenie całkowite wentylatora przyjmując, że zarówno na wlocie jak i na wylocie panuje ciśnienie atmosferyczne. Obliczyć też spiętrzenie dynamiczne w tym wentylatorze.



Rys. 5.2a

Rozwiązanie

Wyznamy najpierw prędkości w kanale ssawnym i tłocznym.

$$v_s = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot d_s^2}{4}} = \frac{0,5}{\frac{\pi \cdot 0,25^2}{4}} = 10,18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

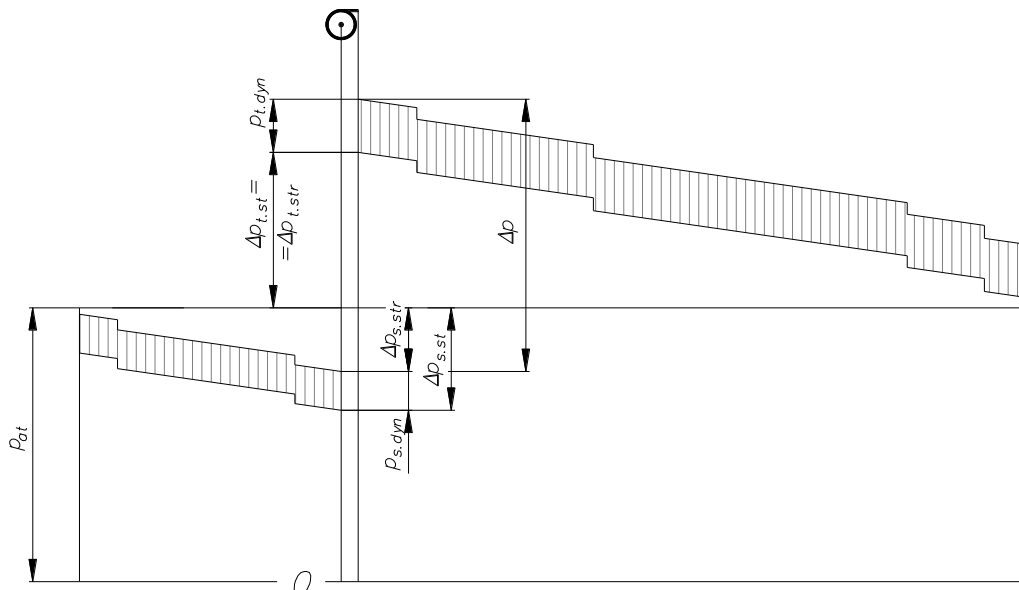
$$v_t = \frac{Q}{a \cdot a} = \frac{0,5}{0,2^2} = 12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Straty ciśnienia w kanale ssawnym (łącznie liniowe i miejscowe) wynoszą:

$$\Delta p_{s, \text{str}} = R_s \cdot L_s + \Sigma \zeta_s \cdot \frac{\rho \cdot v_s^2}{2} + \Delta p_c = 3,5 \cdot 8 + (2 \cdot 0,5) \cdot \frac{1,2 \cdot 10,18^2}{2} + 30 = 120 \text{ Pa}$$

Podobnie obliczamy straty w kanale tłocznym:

$$\Delta p_{t, \text{str}} = R_t \cdot L_t + \Sigma \zeta_t \cdot \frac{\rho \cdot v_t^2}{2} + \Delta p_k = 4 \cdot 32 + (4 \cdot 0,5) \cdot \frac{1,2 \cdot 12,5^2}{2} + 30 = 346 \text{ Pa}$$



Rys. 5.2b

Z wykresu ilustrującego przebiegi linii ciśnień przed i za wentylatorem (rys. 5.2b) można się zorientować, że na całkowite spiętrzenie wentylatora Δp składają się straty ciśnienia w kanale ssawnym i tłocznym oraz ciśnienie dynamiczne po stronie tłocznej $p_{t,dyn}$. Warto przy tym zauważyć, że straty po stronie tłocznej są równe nadciśnieniu statycznemu w króćcu tłocznym $\Delta p_{t,st}$.

Ciśnienia dynamiczne w obydwóch króćcach wynoszą:

$$p_{s,dyn} = \rho \cdot \frac{v_s^2}{2} = 1,2 \cdot \frac{10,18^2}{2} = 62 \text{ Pa}$$

$$p_{t,dyn} = \rho \cdot \frac{v_t^2}{2} = 1,2 \cdot \frac{12,5^2}{2} = 94 \text{ Pa}$$

Całkowite spiętrzenie wentylatora w tej instalacji powinno więc wynosić:

$$\Delta p = \Delta p_{s,str} + \Delta p_{t,str} + p_{t,dyn} = 120 + 346 + 94 = 560 \text{ Pa}$$

Natomiast samo spiętrzenie dynamiczne będzie równe:

$$\Delta p_{dyn} = p_{t,dyn} - p_{s,dyn} = 94 - 62 = 32 \text{ Pa}$$

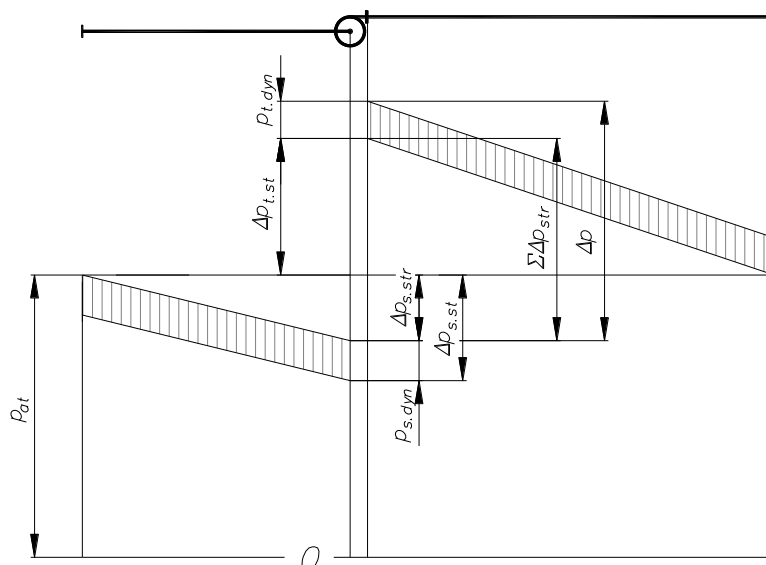
Zwróćmy uwagę, że do obliczenia spiętrzenia całkowitego użyto w tym rozwiązaniu innych zależności, niż w rozwiązaniu poprzedniego zadania, ale obydwie te drogi postępowania prowadzą do takiego samego rezultatu, co może być łatwo prześledzone na wykresie linii ciśnień.

Zad. 5.3. Wentylator pracujący w pewnej instalacji wywiewa $Q = 0,75 \text{ m}^3$ powietrza na sekundę. Wiadomo, że przy tej wydajności jego spiętrzenie całkowite Δp wynosi 660 Pa. Króciec tłoczny ma przekrój prostokątny o wymiarach 150×200 mm. Manometr zainstalowany w króćcu tłocznym wykazuje nadciśnienie 105 Pa. Obliczyć stratę ciśnienia w instalacji ssawnej oraz łączną stratę ciśnienia w całej instalacji.

Rozwiązanie

Z przebiegu linii ciśnień (rys. 5.3) można wywnioskować, że strata ciśnienia w króćcu ssawnym może być wyrażona zależnością:

$$\Delta p_{s,str} = \Delta p - p_{t,dyn} - \Delta p_{t,st}$$



Rys. 5.3

W celu obliczenia ciśnienia dynamicznego na tłoczeniu musimy wyznaczyć prędkość powietrza w tej części instalacji.

$$v_t = \frac{Q}{150 \times 200 \text{ mm}} = \frac{0,75}{0,15 \cdot 0,2} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ciśnienie dynamiczne w części tłocznej:

$$p_{t,\text{dyn}} = \rho \cdot \frac{v_t^2}{2} = 1,2 \cdot \frac{25^2}{2} = 375 \text{ Pa}$$

Nadciśnienie statyczne w króćcu tłocznym jest wskazywane przez manometr tam umieszczony, czyli $\Delta p_{t,\text{st}} = 105 \text{ Pa}$. Obliczamy więc stratę ciśnienia w króćcu ssawnym.

$$\Delta p_{s,\text{str}} = 660 - 375 - 105 = 180 \text{ Pa}$$

Łączna strata ciśnienia w całej instalacji $\Sigma \Delta p_{\text{str}}$, która jest sumą $\Delta p_{s,\text{str}} + \Delta p_{t,\text{str}}$, może być obliczona jako różnica między spiętrzeniem całkowitym a ciśnieniem dynamicznym na tłoczeniu (por. wykres linii ciśnień).

$$\Sigma \Delta p_{\text{str}} = \Delta p - p_{t,\text{dyn}} = 660 - 375 = 285 \text{ Pa}$$

Zad. 5.4. Wirnik wentylatora ma następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	300 mm	500 mm
Szerokość łopatki	110 mm	110 mm
Kąt łopatki	24°	30°

Narysować trójkąty prędkości na wlocie i na wylocie, zakładając nominalny charakter napływu. Obliczyć nominalną wydajność teoretyczną i nominalne teoretyczne spiętrzenie całkowite (przy założeniu wielkiej liczby nieskończenie cienkich łopatek) przy prędkości obrotowej równej 2900 obr/min. Wentylator nie jest wyposażony w kierownicę wlotową.

Rozwiązanie

Wykreślanie trójkątów prędkości dla wirnika wentylatora przebiega identycznie, jak w wypadku wirnika pompy. Warunki przedstawione w treści zadania nakazują skierowanie prędkości bezwzględnej na wlocie c_0 prostopadle do prędkości unoszenia u_1 oraz przyjęcie kąta β_0 równego kątowi łopatki β_1 . Zauważmy przy okazji, że szerokość łopatki jest jednakowa na wlocie jak i na wylocie, co często się zdarza w wentylatorach, gdzie wirniki są składane z elementów blaszanych. Skutkiem tego jest znacznie mniejsza wartość prędkości merydionalnej na wylocie, niż na wlocie.



Rys. 5.4

Zgodnie z trójkątem wlotowym zapiszemy:

$$c_{m0} = c_0 = u_1 \cdot \tan \beta_1 = \frac{\pi \cdot D_1 \cdot n}{60} \cdot \tan \beta_1$$

Zatem nominalna wydajność teoretyczna przy założeniu wielkiej liczby nieskończenie cienkich łopatek:

$$Q_{\text{tin}} = \pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot c_{m0} = \frac{\pi^2 \cdot D_1^2 \cdot b_1 \cdot n}{60} \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\pi^2 \cdot 0,3^2 \cdot 0,11 \cdot 2900}{60} \cdot \operatorname{tg} 24^\circ = 2,1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Nominalne teoretyczne spiętrzenie całkowite wentylatora przy tych samych założeniach obliczamy według skróconego wzoru:

$$\Delta p_{\text{tin}} = \rho \cdot u_2 \cdot c_{u2}$$

Prędkość unoszenia na wylocie:
$$u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,5 \cdot 2900}{60} = 75,92 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Rzut prędkości bezwzględnej na kierunek obwodowy c_{u2} wyznaczymy na podstawie trójkąta prędkości na wylocie. Przedtem jednak musimy wyznaczyć prędkość merydionalną na wylocie, posługując się równaniem ciągłości przepływu:

$$Q_{\text{tin}} = \pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot c_{m0} = \pi \cdot D_2 \cdot b_2 \cdot c_{m2}$$

$$c_{m2} = \frac{Q_{\text{tin}}}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2} = \frac{2,1}{\pi \cdot 0,5 \cdot 0,11} = 12,17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Rzut prędkości bezwzględnej c_2 na kierunek obwodowy wynosi:

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\operatorname{tg} \beta_2} = 75,92 - \frac{12,17}{\operatorname{tg} 30^\circ} = 54,84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zatem nominalne teoretyczne spiętrzenie całkowite jest równe:

$$\Delta p_{\text{tin}} = \rho \cdot u_2 \cdot c_{u2} = 1,2 \cdot 75,92 \cdot 54,84 = 4996 \text{ Pa} \approx 5 \text{ kPa}$$

Zad. 5.5. Wirnik wentylatora ma następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	400 mm	650 mm
Szerokość łopatki	125 mm	125 mm
Kąt łopatki	22°	25°

Przy prędkości obrotowej równej 2900 obr/min nominalne spiętrzenie całkowite = 7,2 kPa. Wyznaczyć wyróżnik wydajności i wyróżnik spiętrzenia tego wentylatora.

Rozwiązanie

Wyróżnik wydajności jest określony wzorem:

$$\varphi = \frac{Q}{u_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4}}$$

Dysponując tylko parametrami konstrukcyjnymi wentylatorami, musimy w tym obliczeniu posłużyć się wydajnością teoretyczną Q_{tin} (przy założeniu wielkiej liczby nieskończenie cienkich łopatek, przy napływie stycznym do łopatek).

$$Q_{\text{tin}} = \pi \cdot D_1 \cdot b_1 \cdot c_{m0} = \frac{\pi^2 \cdot D_1^2 \cdot b_1 \cdot n}{60} \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\pi^2 \cdot 0,4^2 \cdot 0,125 \cdot 2900}{60} \cdot \operatorname{tg} 22^\circ = 3,855 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Prędkość unoszenia na średnicy wylotowej:
$$u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 0,65 \cdot 2900}{60} = 98,70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zatem wyróżnik wydajności:
$$\varphi = \frac{Q_{\text{tin}}}{u_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4}} = \frac{3,855}{98,7 \cdot \frac{\pi \cdot 0,65^2}{4}} = 0,118$$

Wyróżnik ciśnienia jest zdefiniowany wzorem:

$$\psi = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \frac{u_2^2}{2}}$$

Dysponując nominalnym ciśnieniem całkowitym możemy określić wartość tego wyróżnika.

$$\psi = \frac{7200}{1,2 \cdot \frac{98,7^2}{2}} = 1,23$$

Zad. 5.6. Pewien wentylator charakteryzuje się wyróżnikiem wydajności $\varphi = 0,3$ oraz wyróżnikiem ciśnienia $\psi = 1,3$. Średnica zewnętrzna wirnika D_2 wynosi 520 mm. Obliczyć wydajność nominalną oraz nominalne ciśnienie całkowite tego wentylatora przy prędkości obrotowej: a) 1400 obr/min oraz b) 2000 obr/min.

Rozwiązanie

Przypomnijmy sobie wzory definiujące wyróżniki wydajności i ciśnienia:

$$\varphi = \frac{Q}{u_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4}} \quad \psi = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \frac{u_2^2}{2}}$$

Zarówno wydajność nominalna, jak i nominalne ciśnienie całkowite może być obliczone na podstawie wartości wyróżników, pod warunkiem możliwości wyznaczenia prędkości unoszenia na średnicy wylotowej.

$$u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60}$$

$$Q = \varphi \cdot u_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} = \varphi \cdot \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} = \varphi \cdot \frac{\pi^2 \cdot D_2^3 \cdot n}{240}$$

$$\Delta p = \psi \cdot \rho \cdot \frac{u_2^2}{2} = \psi \cdot \rho \cdot \frac{\pi^2 \cdot D_2^2 \cdot n^2}{2 \cdot 60^2} = \psi \cdot \rho \cdot \frac{\pi^2 \cdot D_2^2 \cdot n^2}{7200}$$

Mając przygotowane te wzory, możemy obliczyć wydajność i ciśnienie przy zadanych prędkościach.

a) przy $n = 1400$ obr/min

$$Q = 0,3 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 0,52^3 \cdot 1400}{240} = 2,43 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\Delta p = 1,3 \cdot 1,2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 0,52^2 \cdot 1400^2}{7200} = 1133 \text{ Pa}$$

a) przy $n = 2000$ obr/min

$$Q = 0,3 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 0,52^3 \cdot 2000}{240} = 3,47 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\Delta p = 1,3 \cdot 1,2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 0,52^2 \cdot 2000^2}{7200} = 2313 \text{ Pa}$$

Zad. 5.7. Wentylatory o określonej konstrukcji i proporcjach charakteryzują się wyróżnikiem wydajności $\varphi = 0,25$ oraz wyróżnikiem spiętrzenia $\psi = 1,1$. Wyróżniki te są określone dla parametrów nominalnych. Obliczyć, jaką średnicę zewnętrzną powinien mieć wirnik wentylatora geometrycznie podobnego i jaka powinna być jego prędkość obrotowa, aby cechował się on wydajnością nominalną $Q_n = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$ oraz nominalnym spiętrzeniem całkowitym $\Delta p_n = 300 \text{ Pa}$.

Rozwiązanie

W tym zadaniu poszukujemy jednocześnie dwóch nieznanymi parametrów: D_2 i n . Konieczne będzie skorzystanie z obydwóch wyróżników jak z układu równań.

Przekształcając wyrażenie określające wyróżnik wydajności otrzymamy:

$$\varphi = \frac{Q}{u_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4}} = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4}} = \frac{240 \cdot Q}{\pi^2 \cdot D_2^3 \cdot n}$$

$$\text{a stąd:} \quad D_2^3 \cdot n = \frac{240 \cdot Q}{\pi^2 \cdot \varphi} = \frac{240 \cdot 0,5}{\pi^2 \cdot 0,25} = 48,63 \quad (*)$$

Analogicznie postępując z wyrażeniem określającym wyróżnik spiętrzenia otrzymamy:

$$\psi = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \frac{u_2^2}{2}} = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} = \frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} \right)^2} = \frac{7200 \cdot \Delta p}{\pi^2 \cdot \rho \cdot D_2^2 \cdot n^2}$$

$$\text{a stąd:} \quad D_2^2 \cdot n^2 = \frac{7200 \cdot \Delta p}{\pi^2 \cdot \rho \cdot \psi}, \text{ czyli:}$$

$$D_2 \cdot n = \sqrt{\frac{7200 \cdot \Delta p}{\pi^2 \cdot \rho \cdot \psi}} = \sqrt{\frac{7200 \cdot 300}{\pi^2 \cdot 1,2 \cdot 1,1}} = 407,2 \quad (**)$$

Rozwiązując układ równań oznaczonych gwiazdkami, otrzymujemy:

$$D_2 = 0,346 \text{ m}, \quad n = 1178 \text{ obr/min}$$

Zad. 5.8. Dla szeregu wentylatorów geometrycznie podobnych, charakteryzujących się ilorazem średnic $D_2/D_1 = 1,375$, o następujących wymiarach średnicy wlotowej D_1 : 160 mm, 250 mm, 315 mm, 400 mm, wyznaczyć nominalne wartości wydajności i spiętrzenia całkowitego przy tej samej prędkości obrotowej 1450 obr/min, przy czym wiadomo, że dla wentylatora o średnicy $D_1 = 160$ wartości te wynoszą: $Q_n = 0,14 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p_n = 170 \text{ Pa}$.

Obliczyć wartości wyróżników spiętrzenia, wydajności i mocy wszystkich tych wentylatorów przy założeniu jednakowej sprawności całkowitej η równej 0,5.

Rozwiązanie

Z praw podobieństwa wynika, że nominalne wydajności Q wentylatorów podobnych są proporcjonalne do trzeciej potęgi średnicy, zaś nominalne spiętrzenia całkowite Δp są proporcjonalne do drugiej potęgi średnicy. To wystarczy do obliczenia Q i Δp dla przedstawionego szeregu wentylatorów.

dla wentylatora „250”:

$$Q = Q_{160} \cdot \left(\frac{250}{160}\right)^3 = 0,14 \cdot \left(\frac{250}{160}\right)^3 = 0,534 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\Delta p = \Delta p_{160} \cdot \left(\frac{250}{160}\right)^2 = 170 \cdot \left(\frac{250}{160}\right)^2 = 415 \text{ Pa}$$

dla wentylatora „315”:

$$Q = Q_{160} \cdot \left(\frac{315}{160}\right)^3 = 0,14 \cdot \left(\frac{315}{160}\right)^3 = 1,07 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\Delta p = \Delta p_{160} \cdot \left(\frac{315}{160}\right)^2 = 170 \cdot \left(\frac{315}{160}\right)^2 = 659 \text{ Pa}$$

dla wentylatora „400”:

$$Q = Q_{160} \cdot \left(\frac{400}{160}\right)^3 = 0,14 \cdot \left(\frac{400}{160}\right)^3 = 2,19 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\Delta p = \Delta p_{160} \cdot \left(\frac{400}{160}\right)^2 = 170 \cdot \left(\frac{400}{160}\right)^2 = 1063 \text{ Pa}$$

Wyróżniki całego szeregu wentylatorów muszą być jednakowe ze względu na ich podobieństwo. Wartości wyróżników będziemy mogli obliczyć po wyznaczeniu prędkości obwodowej na średnicy wylotowej jednego z wentylatorów (wybrano $D_1 = 160$).

$$u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 1,375 \cdot D_1 \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 1,375 \cdot 0,16 \cdot 1450}{60} = 16,703 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

wyróżnik wydajności:

$$\varphi = \frac{Q}{u_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4}} = \frac{0,14}{16,703 \cdot \frac{\pi \cdot (1,375 \cdot 0,16)^2}{4}} = 0,22$$

wyróżnik spiętrzenia:

$$\psi = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \frac{u_2^2}{2}} = \frac{170}{1,2 \cdot \frac{16,703^2}{2}} = 1,016$$

wyróżnik mocy:

$$\lambda = \frac{\varphi \cdot \psi}{\eta} = \frac{0,22 \cdot 1,016}{0,5} = 0,447$$

Zad. 5.9. Wentylator wysysający powietrze z pomieszczenia produkcyjnego pobiera moc 2,2 kW przy wydajności $0,32 \text{ m}^3/\text{s}$. Do jakiej wartości może wzrosnąć ta moc, gdy do zasysanego powietrza dostanie się pył z zaprawy wapiennej w ilości $\rho' = 2 \text{ kg/m}^3$? Założyć, że prędkość obrotowa wentylatora nie ulega zmianie.

Rozwiązanie

Kluczem do rozwiązania tego zadania jest określenie wartości współczynnika zawartości substancji stałych w gazie (α). Współczynnik ten określa stosunek masy substancji stałej (w tym wypadku suchej zaprawy wapiennej) do masy transportowanego powietrza.

$$\alpha = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_g}$$

Jeśli odniesiemy obliczenia do 1 m^3 , to do licznika możemy wstawić wiadomą zawartość pyłu w jednym metrze sześciennym powietrza ($\rho' = 2 \text{ kg/m}^3$), natomiast do mianownika wstawimy masę jednego metra sześciennego powietrza, czyli jego gęstość ρ .

$$\alpha = \frac{\rho'}{\rho} = \frac{2}{1,2} = 1,67$$

Moc pobierana przez wentylator transportujący mieszaninę gazu i pyłu jest określona niżej podanym wzorem, w zależności od mocy (P) pobieranej przy transporcie czystego gazu i od współczynnika zawartości substancji stałych α :

$$P_{\text{nap.M}} = P_{\text{nap}} \cdot (1 + \alpha) = 2200 \cdot (1 + 1,67) = 5870 \text{ W} = 5,87 \text{ kW}$$

Zad. 5.10. Instalacja wentylacyjna jest zbudowana przy użyciu kanałów o średnicy 300 mm. Spadek ciśnienia na jednym metrze takiego kanału w przybliżeniu spełnia zależność: $R_L = 0,04 \cdot v^2$. Długość kanału ssawnego L_s wynosi 2 m, długość kanału tłocznego $L_t = 28 \text{ m}$. Łączny współczynnik oporów miejscowych w kanale ssawnym jest równy 0,5, zaś w kanale tłocznym = 2. Wyznaczyć parametry pracy wentylatora, którego charakterystyka jest dana punktami:

Wydajność [m^3/s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Śpiętrzenie całkowite [Pa]	300	290	300	315	312	290	250	175	75

Rozwiązanie

Jeśli mamy wyznaczyć parametry pracy wentylatora w określonej instalacji, to potrzebne będzie sporządzenie wykresu charakterystyki spiętrzenia wentylatora Δp na tle charakterystyki całkowitego spiętrzenia potrzebnego do zasilania tej instalacji Δp_c (inaczej: charakterystyki oporu instalacji). Charakterystyka wentylatora jest dana punktami według tabeli. Charakterystykę oporu instalacji zbudujemy, uwzględniając straty liniowe, straty miejscowe oraz wzrost energii kinetycznej powietrza związany z nadaniem mu pewnej prędkości wylotowej. Jest to wielkość analogiczna do całkowitej wysokości podnoszenia, określanej dla pomp.

$$\Delta p_c = R_L \cdot (L_s + L_t) + \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot \Sigma \zeta + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 0,04 \cdot v^2 \cdot (L_s + L_t) + \frac{\rho \cdot v^2}{2} (\Sigma \zeta + 1)$$

Prędkość przepływu powietrza w kanałach instalacji wyrazimy zależnością:

$$v = \frac{Q}{A_r} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot 0,3^2} = 14,15 \cdot Q$$

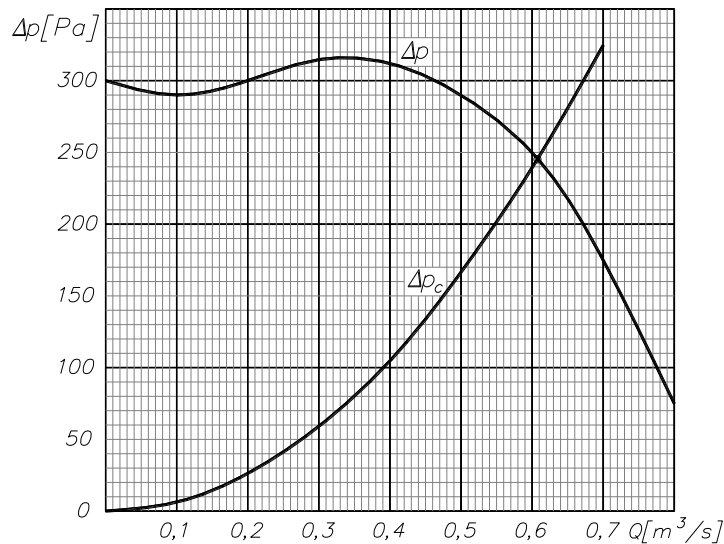
Po podstawieniu danych oraz tego wyrażenia do poprzedniego otrzymamy:

$$\Delta p_c = 0,04 \cdot (14,15 \cdot Q)^2 \cdot (2 + 28) + \frac{1,2 \cdot (14,15 \cdot Q)^2}{2} (0,5 + 2 + 1) = 661 \cdot Q^2$$

Na rysunku 5.10 jest naniesiona krzywa odpowiadająca tej funkcji wraz z charakterystyką wentylatora.

Punkt przecięcia krzywych wskazuje parametry pracy:

- wydajność $Q = 0,61 \text{ m}^3/\text{s}$,
- spiętrzenie całkowite $\Delta p = 245 \text{ Pa}$.



Rys. 5.10

Zad. 5.11. Charakterystyka wentylatora jest dana punktami:

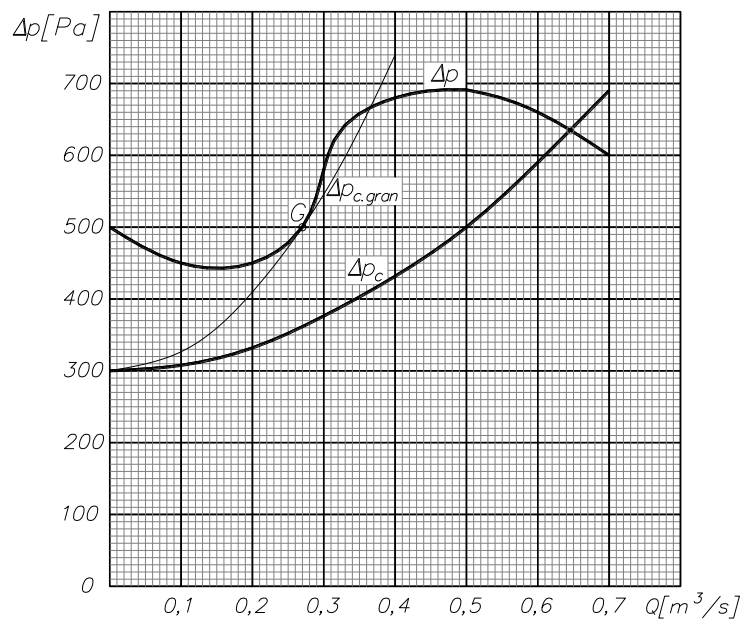
Wydajność [m³/s]	0	0,1	0,2	0,27	0,3	0,32	0,4	0,5	0,6	0,7
Śpiężenie całkowite [Pa]	500	450	450	500	580	630	680	690	660	600

Sprawdzić, czy punkt pracy tego wentylatora leży w zakresie pracy statecznej, wiedząc że równanie oporu sieci jest wyrażone formułą $\Delta p_c = a + b \cdot Q^2$, gdzie $a = 300$ Pa, zaś $b = 800$.

Zakładając niezmienność współczynnika a , określić współczynnik b wyznaczający granicę pracy statecznej.

Rozwiązanie

Ocena, czy wentylator pracuje w zakresie pracy statecznej, może być dokonana za pomocą wykresu przedstawiającego jednocześnie charakterystykę ciśnienia uzyskanego w wentylatorze Δp_c i charakterystykę oporów instalacji Δp . Nanosimy więc na siatkę krzywą wytyczoną przez punkty z tabeli (charakterystyka wentylatora Δp) i krzywą odpowiadającą funkcji $\Delta p_c = 300 + 800 \cdot Q^2$.



Rys. 5.11

Przecięcie się charakterystyk w jednym tylko punkcie i w taki sposób, że ze wzrostem natężenia przepływu charakterystyka oporów Δp_c przerasta charakterystykę wentylatora Δp , wskazuje na to, że otrzymany punkt pracy jest punktem pracy statecznej.

Określenie granicznego nachylenia krzywej oporów, które zapewnia jeszcze pracę stateczną, wymaga kilku prób. Wykreślamy na tej samej siatce kolejne parabole $\Delta p_c = 300 + b \cdot Q^2$ o wierzchołku w punkcie (0, 300) i o coraz wyższym współczynniku przy Q^2 tak długo, aż kolejna parabola okaże się styczna do wklęsłego odcinka krzywej Δp . Jest to graniczna charakterystyka Δp_c ; każda kolejna będzie przecinała krzywą Δp w taki sposób, że „na prawo” od punktu przecięcia charakterystyka wentylatora Δp przerośnie charakterystykę oporów Δp_c , co będzie oznaczało pracę niestateczną. Ta graniczna parabola jest zaznaczona na wykresie linią cienką. Na podstawie współrzędnych orientacyjnego punktu styczności G (0,27 , 500) wyznaczymy współczynnik b dla granicznej funkcji oporów instalacji:

$$b = \frac{500 - 300}{0,27^2} \approx 2740$$

Zad. 5.12. Charakterystyka statycznego spiętrzenia wentylatora Δp_{st} jest dana punktami:

Wydajność [m ³ /s]	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
Spiętrzenie Δp_{st} [Pa]	9750	9900	9900	9750	9300	8700	7500	5250	2250

Jest to charakterystyka przy pracy tłocznej (czyli zwykła charakterystyka wentylatora). Wyznaczyc charakterystykę spiętrzenia statycznego tego wentylatora $\Delta p'_{st}$ w sytuacji, gdy pracuje on jako ssawa. Przyjąć ciśnienie atmosferyczne równe 100 kPa.

W jakim wypadku można tę charakterystykę nazwać charakterystyką spiętrzenia całkowitego?

Rozwiązanie

Teoretyczne spiętrzenie całkowite wentylatora jest wyrażone wzorem:

$$\Delta p = \rho \cdot (u_2 \cdot c_{u2} - u_1 \cdot c_{u0})$$

W nawiasach występują tylko prędkości, które są niezależne od rodzaju pracy wentylatora. Można zatem napisać, że niezależnie od ciśnienia odniesienia

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \text{const}$$

Tak samo stosunek spiętrzenia statycznego Δp_{st} do gęstości można uznać za stały. W zakresie ciśnień charakterystycznych dla wentylatorów można przyjąć, że gęstość gazu jest proporcjonalna do ciśnienia absolutnego. Zatem, im wyższe spiętrzenie wentylatora, tym bardziej różnią się charakterystyki uzyskane przy tłoczeniu od charakterystyk uzyskanych przy ssaniu, ponieważ wentylator pracuje wówczas w innym zakresie ciśnień absolutnych.

Rozwiązanie zagadnienia opiera się na założeniu proporcjonalności spiętrzenia wentylatora do absolutnego ciśnienia statycznego w króćcu tłocznym wentylatora. Przy pracy ssawnej wentylator wyrzuca gaz do atmosfery, więc absolutne ciśnienie statyczne na wylocie jest równe ciśnieniu atmosferycznemu. Otrzymujemy zatem:

$$\frac{\Delta p_{st}}{\rho} = \text{const} \rightarrow \frac{\Delta p_{st}}{p_{t,st}} = \frac{\Delta p'_{st}}{p_{at}}$$

gdzie: Δp_{st} – spiętrzenie statyczne (różnica ciśnień) przy tłoczeniu,
 $\Delta p'_{st}$ – spiętrzenie statyczne (różnica ciśnień) przy ssaniu,
 p_{at} – ciśnienie atmosferyczne,
 $p_{t,st}$ – absolutne ciśnienie statyczne w króćcu tłocznym przy pracy tłocznej.

Absolutne ciśnienie statyczne w króćcu tłocznym przy pracy tłocznej można w przybliżeniu przyjąć jako równe sumie ciśnienia atmosferycznego i spiętrzenia statycznego. Przyjmując ciśnienie atmosferyczne równe 100 kPa, obliczamy wartości Δp_{st} odpowiadające kolejnym wartościom Δp_{st} według zależności:

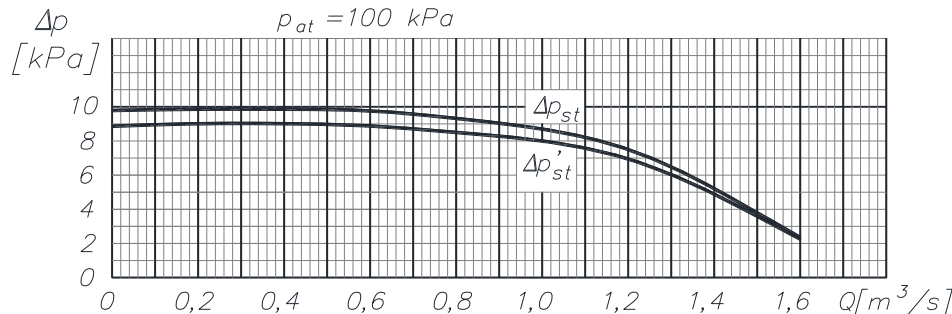
$$\Delta p'_{st} = \Delta p_{st} \cdot \frac{p_{at}}{p_{at} + \Delta p_{st}}$$

Wyznaczone wartości są zebrane w tabeli:

Wydatność [m^3/s]	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
Spiętrzenie $\Delta p'_{st}$ [Pa]	8883	9008	9008	8883	8509	8004	6977	4988	2200

Wykorzystując te wartości wykreślamy charakterystykę spiętrzenia statycznego wentylatora przy ssaniu (rys. 5.12).

Wykreślone charakterystyki są równoznaczne z charakterystykami spiętrzenia całkowitego tylko w wypadku, kiedy spiętrzenie dynamiczne wentylatora jest zerowe (czyli gdy jednakowe są prędkości przed i za wentylatorem).



Rys.5.12

Zad. 5.13. Charakterystyka pewnego wentylatora pracującego z prędkością $n = 1440$ obr/min jest dana punktami:

Wydatność [m^3/s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Spiętrzenie całkowite [Pa]	450	460	500	550	560	530	460	340	130

W pewnej instalacji wentylacyjnej ($\Delta p_c = a \cdot Q^2$) wentylator ten wtłacza $Q = 0,524 m^3$ powietrza na sekundę. Dążąc do zmniejszenia wydajności wentylatora, zastosowano w układzie napędowym przekładnię o przełożeniu kinematycznym u wynoszącym 72/55. Wykreślić charakterystykę $Q-\Delta p$ po tej operacji, zakładając niezmienną sprawność. Jaka będzie teraz wydajność wentylatora i jakie jego spiętrzenie całkowite?

Rozwiązanie

Przełożenie kinematyczne oznacza stosunek prędkości obrotowej wejściowej do prędkości obrotowej wyjściowej. Obliczmy więc prędkość obrotową wirnika wentylatora po zastosowaniu przekładni:

$$n' = \frac{n}{u} = \frac{1440}{72/55} = 1100 \frac{\text{obr}}{\text{min}}$$

Wskutek zmniejszenia prędkości obrotowej, wszystkie punkty charakterystyki wentylatora przesuwają się z miejsc o współrzędnych $(Q, \Delta p)$ do miejsc o współrzędnych $(Q', \Delta p')$ zgodnie z prawami podobieństwa przepływu:

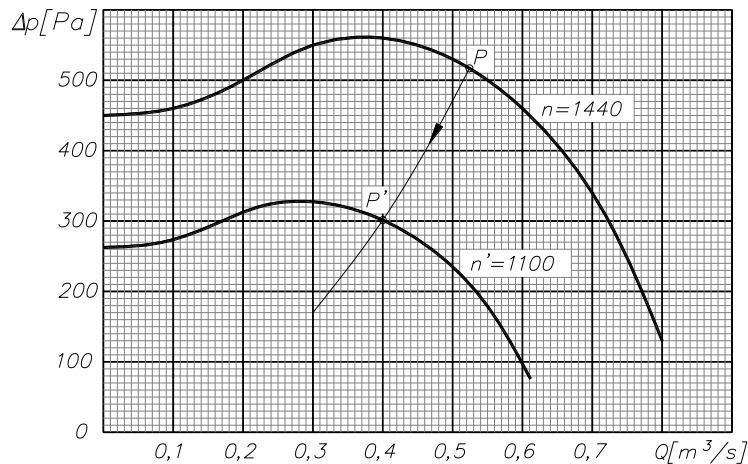
$$\frac{Q'}{Q} = \frac{n'}{n} = \frac{1100}{1440} = 0,764$$

$$\frac{\Delta p'}{\Delta p} = \left(\frac{n'}{n} \right)^2 = \left(\frac{1100}{1440} \right)^2 = 0,5835$$

W poniżej przedstawionej tabeli są podane współrzędne odpowiednio przesuniętych punktów, składających się na charakterystykę wentylatora po zmianie prędkości.

Wydajność [m ³ /s]	0	0,0764	0,1528	0,229	0,306	0,382	0,458	0,535	0,611
Śpiętrzenie całkowite [Pa]	262	268	292	321	327	309	268	198	76

Na wykresie zostały przedstawione obydwie charakterystyki wentylatora.



Rys. 5.13.

Wiadomo, że przed redukcją prędkości wydajność wentylatora wynosiła 0,524 m³/s. Ta informacja określa punkt pracy; jest to punkt P na wykresie. Jego rzędna wynosi 517 Pa. Mamy za zadanie określić punkt pracy po zastosowaniu przekładni redukującej. Punkt ten powinien znaleźć się w miejscu przecięcia nowej charakterystyki wentylatora z charakterystyką instalacji. Charakterystyka instalacji nie jest ściśle określona, ale wiadomo, że jest to zwykła instalacja o równaniu spiętrzenia $\Delta p_c = a \cdot Q^2$ (bez różnicy ciśnień statycznych na wlocie i wylocie). Wiemy więc już, że jej obrazem na wykresie musi być parabola drugiego stopnia o wierzchołku w punkcie 0,0 i przechodząca przez punkt P. Współrzędne tych dwóch punktów wystarczają do określenia współczynnika „a” tej paraboli. Wynosi on:

$$a = \frac{\Delta p_P}{(Q_P)^2} = \frac{517}{0,524^2} = 1883$$

Chcąc znaleźć nowy punkt pracy, musimy wykreślić przynajmniej fragment tej paraboli, przecinający nową charakterystykę wentylatora. Na wykresie ten fragment jest oznaczony linią cienką. Punkt P' jest nowym punktem pracy wentylatora. Jego współrzędne można odczytać z wykresu, ale można je też wyznaczyć analitycznie, posługując się prawami podobieństwa:

$$Q' = Q \frac{n'}{n} = 0,524 \cdot \frac{1100}{1440} = 0,4 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad \Delta p' = \Delta p \left(\frac{n'}{n} \right)^2 = 517 \cdot \left(\frac{1100}{1440} \right)^2 = 302 \text{ Pa}$$

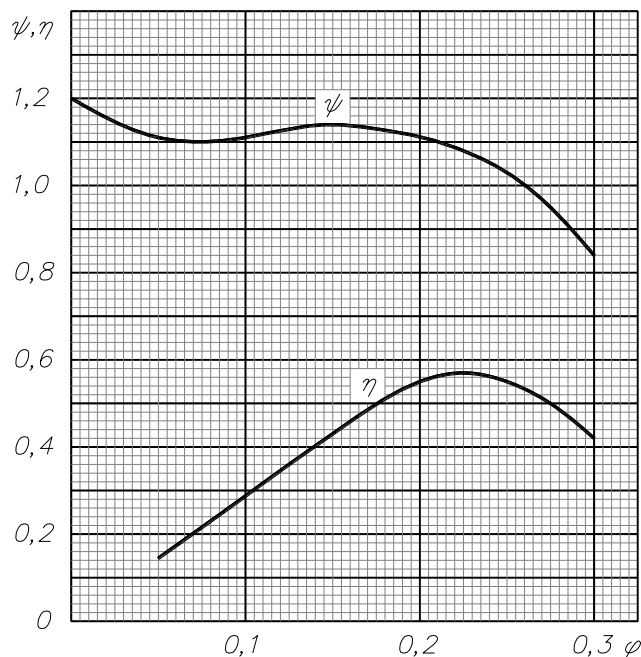
Strzałka na paraboli wskazuje kierunek przemieszczania się punktu pracy tego wentylatora w tej instalacji w trakcie zmniejszania prędkości obrotowej.

Zad. 5.14. Wentylatory pewnej serii są produkowane w następującym szeregu wielkości:

Średnica nominalna DN	160	250	315	400	500
Średnica D ₂ [mm]	224	350	441	560	700

Wentylatory te są podobne geometrycznie. Ich charakterystyki bezwymiarowe są dane na rysunku 5.14a. Należy dobrać jeden z tych wentylatorów do instalacji, w której wymagany jest przepływ o natężeniu 0,9 m³/s. Charakterystyka oporu tej instalacji jest określona równaniem $\Delta p_c = 700 \cdot Q^2$.

Wyznaczyć właściwą prędkość obrotową wybranego wentylatora oraz moc napędu przy pracy z pożądaną wydajnością.



Rys. 5.14a

Rozwiązanie

Właściwy dobór wentylatora polega na tym, że wybrany wentylator zapewnia zadane parametry zasilania instalacji pracując w zakresie największej sprawności. Jeśli dysponujemy charakterystykami bezwymiarowymi danej serii wentylatorów, powinniśmy najpierw określić wyróżniki wydajności i spiętrzenia odpowiadające największej sprawności, a potem znaleźć wymiary i prędkość zapewniające realizację założonych parametrów wymiarowych zasilania. Z rysunku 5.14a wynika, że wentylatory osiągają największą sprawność przy wyróżniku wydajności ϕ równym 0,225. Wyróżnik spiętrzenia ψ wynosi wtedy 1,08.

Żądany przepływ w instalacji wynosi $0,9 \text{ m}^3/\text{s}$. Dysponując charakterystyką instalacji możemy obliczyć, że potrzebne spiętrzenie wynosi $\Delta p = 700 \cdot 0,9^2 = 567 \text{ Pa}$. Za pomocą wyróżników wyznaczymy właściwy wymiar D_2 i właściwą prędkość obrotową n dla realizacji zadanych parametrów pracy.

$$\psi = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \frac{u_2^2}{2}} \rightarrow u_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot \psi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 567}{1,2 \cdot 1,08}} = 29,58 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\phi = \frac{Q}{u_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4}} \rightarrow D_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \phi \cdot u_2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,9}{\pi \cdot 0,225 \cdot 29,58}} = 0,415 \text{ m}$$

$$u_2 = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} \rightarrow n = \frac{60 \cdot u_2}{\pi \cdot D_2} = \frac{60 \cdot 29,58}{\pi \cdot 0,415} = 1361 \frac{\text{obr}}{\text{min}}$$

W szeregu oferowanych wentylatorów nie ma takiego, który miałby średnicę D_2 równą 415 mm. Należy przyjąć wentylator najbliższy, raczej większy od obliczonego. W tym wypadku będzie to wentylator DN315 charakteryzujący się średnicą $D_2 = 441 \text{ mm}$. Naturalnie zastosowanie tego wentylatora z wyżej obliczoną prędkością spowodowałoby nadmierne natężenie przepływu. Należy więc obliczyć właściwą prędkość dla zapewnienia zadanych parametrów pracy. Potrzebna jest w tym celu zwykła, czyli wymiarowa charakterystyka wentylatora DN315. Będziemy mogli ją sporządzić na

podstawie charakterystyki bezwymiarowej, o ile znajdziemy właściwy sposób przeliczenia współrzędnych.

Z definicji wyróżnika wydajności otrzymamy:

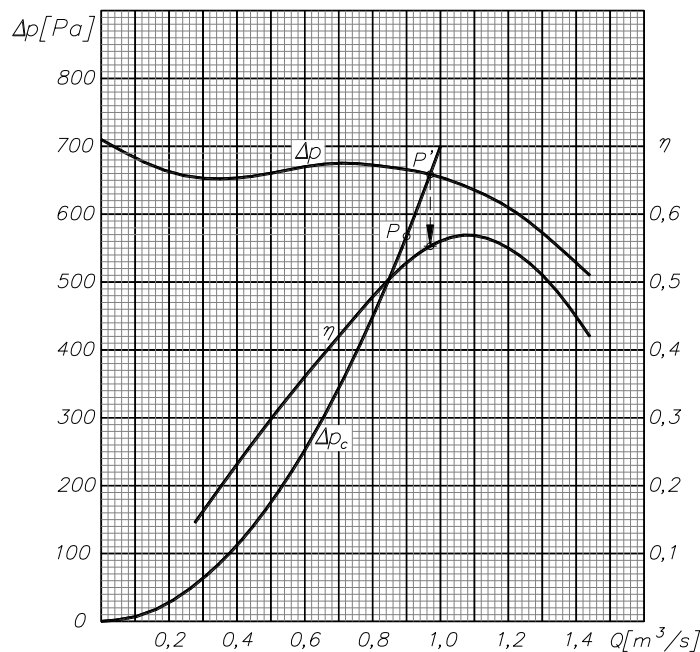
$$Q = u_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot \varphi = \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot \varphi = \frac{\pi^2 \cdot D_2^3 \cdot n}{240} \cdot \varphi = \frac{\pi^2 \cdot 0,441^3 \cdot 1361}{240} \cdot \varphi = 4,8 \varphi$$

Z definicji wyróżnika spiętrzenia otrzymamy:

$$\Delta p = \rho \cdot \frac{u_2^2}{2} \cdot \psi = \rho \cdot \frac{\left(\frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} \right)^2}{2} \cdot \psi = \rho \cdot \frac{\pi^2 \cdot D_2^2 \cdot n^2}{7200} \cdot \psi = 1,2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 0,441^2 \cdot 1361^2}{7200} \cdot \psi = 592,6 \psi$$

Sporządzimy teraz wykres wymiarowy, na którym umieścimy:

- charakterystykę wentylatora Δp przy prędkości 1361 obr/min, uzyskaną przez przeliczenie współrzędnych według powyższych wzorów,
- charakterystykę instalacji $\Delta p_c = 700 \cdot Q^2$.



Rys. 5.14b

Na wykresie został uwidoczniony punkt współpracy wentylatora DN315 z zadaną instalacją przy prędkości 1361 obr/min. Jest to punkt P' o współrzędnych (0,97, 659). Parametry tego punktu przekraczają zapotrzebowanie, toteż w następnym kroku należy zredukować prędkość obrotową. Pożądanym punktem pracy jest punkt P (0,9, 567). Obydwa te punkty leżą na wspólnej paraboli, więc można wykorzystać ich współrzędne w rachunku opartym na prawach podobieństwa przepływu. Nową, właściwą prędkość obrotową można wyznaczyć równie dobrze z relacji między wydajnościami, jak i z relacji między spiętrzeniami:

$$n = 1361 \cdot \frac{Q}{Q'} = 1361 \cdot \frac{0,9}{0,97} = 1263 \frac{\text{obr}}{\text{min}}; \quad n = 1361 \cdot \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta p'}} = 1361 \cdot \sqrt{\frac{567}{659}} = 1262 \frac{\text{obr}}{\text{min}}$$

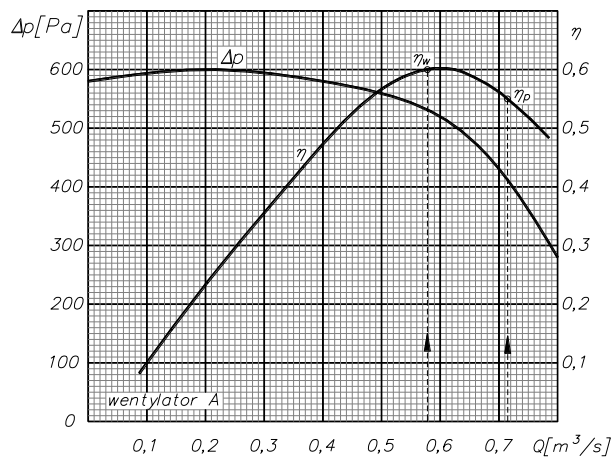
Drobna różnica między wynikami tych dwóch obliczeń jest nieuniknionym skutkiem błędów wykreślania charakterystyk i odczytu parametrów punktów.

Moc napędu dobranego wentylatora obliczymy na podstawie parametrów pracy w punkcie P i sprawności. Sprawność tego wentylatora w oryginalnym punkcie pracy (P') wynosi 0,553. Regulacja wydajności poprzez zmianę prędkości praktycznie nie zmienia sprawności wentylatora, o ile korekta

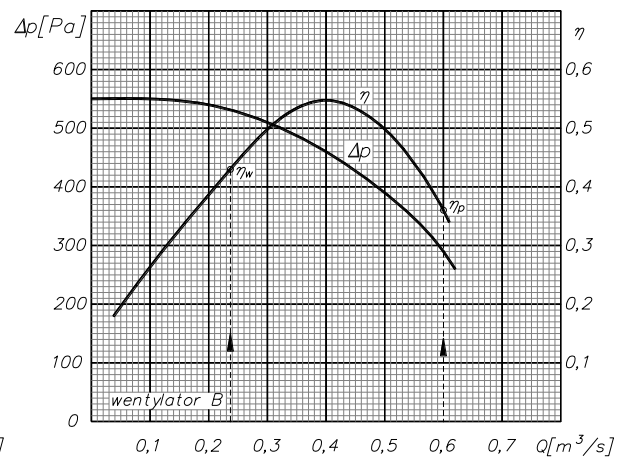
prędkości nie jest duża (w tym wypadku redukcja prędkości ma wartość 7% i jest małą korektą). Pozostajemy więc przy sprawności wynoszącej 55,3%. Wobec tego moc napędu wynosi:

$$P_{\text{nap}} = \frac{Q \cdot \Delta p}{\eta} = \frac{0,9 \cdot 567}{0,553} = 923 \text{ W}$$

Zad. 5.15. Charakterystyka instalacji jest określona równaniem: $\Delta p_c = 800 \cdot Q^2$. Charakterystyki dwóch wentylatorów (A i B) są przedstawione na rysunkach 5.15a i 5.15b. Wyznaczyć parametry pracy (wydajność, spiętrzenie ciśnienia i moc napędu) każdego wentylatora pracującego w tej instalacji pojedynczo oraz wydajność i spiętrzenie ciśnienia po równoległym połączeniu obydwóch wentylatorów. Określić parametry, z jakimi pracuje każdy z wentylatorów w połączeniu równoległym.



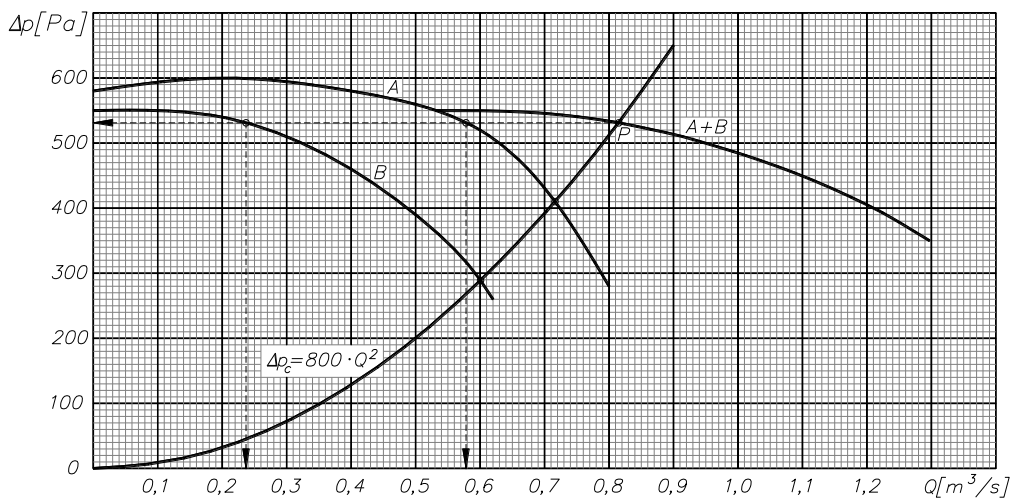
Rys. 5.15a



Rys. 5.15b

Rozwiązanie

Wyznaczenie parametrów pojedynczej pracy każdego z tych dwóch wentylatorów w przedstawionej instalacji jest sprawą bardzo prostą, bo wymaga tylko znalezienia punktu przecięcia charakterystyki $\Delta p_c = 800 \cdot Q^2$ i charakterystyk poszczególnych wentylatorów. Jest to dokonane na wspólnym rysunku 5.15c.



Rys. 5.15c

Z rysunku tego wynika, że wentylator A pracowałby w tej instalacji z wydajnością $Q = 0,715 \text{ m}^3/\text{s}$ przy spiętrzeniu ciśnienia $\Delta p = 410 \text{ Pa}$, natomiast wentylator B pracowałby z wydajnością $Q = 0,6 \text{ m}^3/\text{s}$ przy spiętrzeniu ciśnienia $\Delta p = 290 \text{ Pa}$. Do obliczenia mocy napędu potrzebne jest określenie

sprawności w punktach pracy. Na źródłowych wykresach znajdujemy: wentylator A przy wydajności $0,715 \text{ m}^3/\text{s}$ wykazuje sprawność $\eta = 0,55$, zaś wentylator B przy wydajności $0,6 \text{ m}^3/\text{s}$ wykazuje sprawność $\eta = 0,36$. Wobec tego moce napędu pojedynczo pracujących wentylatorów wynoszą:

$$\text{- dla wentylatora A: } P_{\text{nap}} = \frac{Q \cdot \Delta p}{\eta} = \frac{0,715 \cdot 410}{0,55} = 533 \text{ W},$$

$$\text{- dla wentylatora B: } P_{\text{nap}} = \frac{0,6 \cdot 290}{0,36} = 483 \text{ W}.$$

Jak wiadomo, po równoległym połączeniu wentylatorów otrzymuje się zespół dysponujący większą wydajnością przy porównywanym spiętrzeniu ciśnienia. W celu wykreślenia charakterystyki takiego zespołu (A+B) sumujemy współrzędne wydajności na kolejnych poziomach wartości spiętrzenia (patrz rys. 5.15c, krzywa A+B). Parametry współpracy zespołu tych wentylatorów z tą samą instalacją odczytujemy w punkcie P przecięcia krzywej (A+B) z krzywą Δp_c . W tym wypadku wydajność wynosi ok. $0,815 \text{ m}^3/\text{s}$ przy spiętrzeniu ciśnienia $\Delta p \cong 530 \text{ Pa}$. Należy zauważyć, że nastąpiło zwiększenie zarówno wydajności jak i spiętrzenia w porównaniu do pojedynczej pracy któregokolwiek wentylatora.

Kolejnym poleceniem jest określenie parametrów pracy każdego wentylatora w sytuacji, gdy pracują one wspólnie w podanej instalacji. Zauważmy, że każdy z dwóch wentylatorów pracujących równolegle znajduje się między węzłami sieci o tych samych wartościach ciśnienia. Oznacza to, że w czasie współpracy musi występować taka sama wartość spiętrzenia ciśnienia w obydwóch wentylatorach. W tym wypadku jest to wartość ok. 530 Pa . Parametry przepływowe obydwóch wentylatorów są określone na rysunku 5.15c przez punkty przecięcia linii poziomej wyprowadzonej z punktu P z charakterystykami tych wentylatorów. Otrzymamy w ten sposób:

- parametry pracy wentylatora A: $Q \cong 0,578 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p \cong 530 \text{ Pa}$,

- parametry pracy wentylatora B: $Q \cong 0,237 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p \cong 530 \text{ Pa}$,

Łatwo sprawdzić, że wartości tych wydajności dają w sumie wydajność odczytaną dla zespołu wentylatorów.

Do obliczenia mocy napędu obydwóch wentylatorów niezbędne są wartości ich sprawności przy pracy wspólnej. Należy zauważyć, że sprawność każdego wentylatora jest podana w funkcji jego wydajności. Odczytujemy więc na rysunkach a i b sprawność przy wydajności $0,578 \text{ m}^3/\text{s}$ dla wentylatora A oraz przy wydajności $0,237 \text{ m}^3/\text{s}$ dla wentylatora B. Wartości te wynoszą: dla A) $\eta = 0,60$ oraz dla B) $\eta = 0,43$. Obliczamy moce napędu przy pracy wspólnej:

$$\text{- dla wentylatora A: } P_{\text{nap}} = \frac{Q \cdot \Delta p}{\eta} = \frac{0,578 \cdot 530}{0,60} = 511 \text{ W},$$

$$\text{- dla wentylatora B: } P_{\text{nap}} = \frac{0,237 \cdot 530}{0,43} = 292 \text{ W}.$$

Wynika z tego, że praca wspólna tych wentylatorów w układzie równoległym wymaga dostarczenia mocy napędu równej $511 + 292 = 803 \text{ W}$.

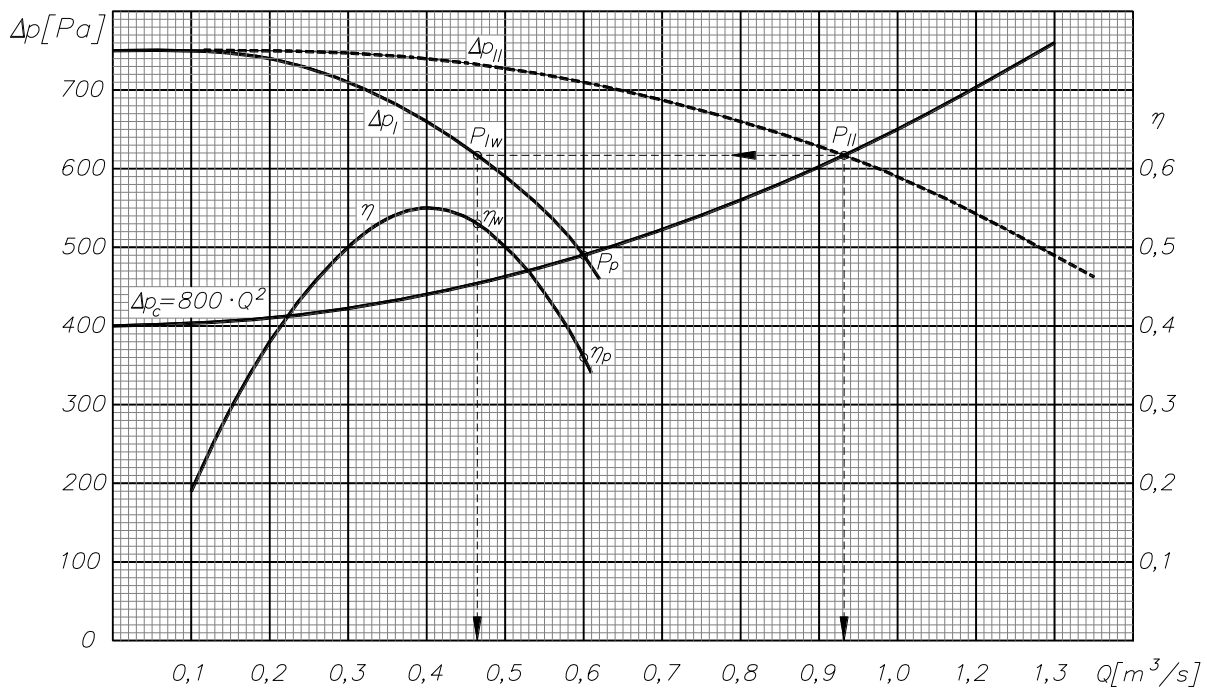
Zad. 5.16. Charakterystyka instalacji jest dana równaniem: $\Delta p_c = 400 + 250 \cdot Q^2$. Charakterystyki wentylatora są dane punktami:

Wydajność [m^3/s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
Spiętrzenie całkowite wentylatora [Pa]	750	750	740	710	660	590	490
Sprawność całkowita wentylatora [%]	-	19	38	50	55	50	36

Wyznaczyć parametry przepływowe i sprawność tego wentylatora pracującego w tej instalacji pojedynczo oraz parametry przepływowe przy pracy zespołu dwóch takich wentylatorów połączonych równolegle. Określić parametry przepływowe, sprawność i moc napędu, charakteryzujące każdy z wentylatorów w takim połączeniu.

Rozwiązanie

Do rozwiązania pierwszego zagadnienia potrzebne jest wykreślenie charakterystyki przepływowej instalacji Δp_c , charakterystyki przepływowej wentylatora (Δp_l) i charakterystyki jego sprawności (η). Charakterystyki te są wspólnie przedstawione na rysunku 5.16. Punkt przecięcia charakterystyk przepływowych (punkt P_p) wyznacza parametry przepływowe wentylatora pracującego pojedynczo. Otrzymujemy: wydajność = $0,6 \text{ m}^3/\text{s}$, spiętrzenie ciśnienia = 490 Pa . Na wykresie sprawności odczytujemy, że przy wydajności $0,6 \text{ m}^3/\text{s}$ sprawność wynosi 36% (punkt η_p).



Rys. 5.16

W celu określenia parametrów pracy zespołu dwóch takich wentylatorów, trzeba wykreślić charakterystykę zespołu. Podobnie jak w zadaniu poprzednim, przy połączeniu równoległym sumujemy wydajności połączonych wentylatorów przy określonych wartościach spiętrzenia. Ponieważ są to dwa jednakowe wentylatory, należy po prostu podwoić wartości wydajności. W ten sposób otrzymujemy charakterystykę zespołu jako linię Δp_{II} . Punkt przecięcia tej charakterystyki z charakterystyką instalacji wyznacza punkt pracy zespołu. Jest to punkt P_{II} . Przy pracy zespołu uzyskuje się wydajność Q ok. $0,93 \text{ m}^3/\text{s}$ a spiętrzenie ciśnienia Δp równe ok. 625 Pa .

Aby określić parametry pracy każdego wentylatora w zespole, trzeba sobie uświadomić, że każdy z wentylatorów pracujących równolegle znajduje się między węzłami sieci o tych samych wartościach ciśnienia. Oznacza to, że w czasie współpracy musi występować taka sama wartość spiętrzenia ciśnienia w obydwóch wentylatorach i równa spiętrzeniu wytwarzanemu przez zespół. Jest to wartość $\Delta p = 625 \text{ Pa}$. Natomiast przepływ przez każdy z dwóch jednakowych wentylatorów musi być równy połowie przepływu charakteryzującego zespół, co wskazuje na wartość $Q = 0,465 \text{ m}^3/\text{s}$. To rozumowanie jest zilustrowane na wykresie 5.16 za pomocą następującej konstrukcji: Z punktu P_I prowadzimy linię poziomą do przecięcia z charakterystyką wentylatora i otrzymujemy punkt P_{Iw} . Parametry tego punktu charakteryzują pracę jednego wentylatora w zespole równoległym. Przy starannym wykonywaniu kreśleń otrzymujemy te same wartości: 625 Pa i $0,465 \text{ m}^3/\text{s}$.

Sprawność wentylatora jest zawsze wykreślana w funkcji jego natężenia przepływu. Wynika z tego, że przy pracy zespołowej rozpatrywanych wentylatorów, przy natężeniu przepływu równym

0,465 m³/s, sprawność wynosi 53% (punkt η_w). Ta informacja umożliwia obliczenie mocy pobieranej przez każdy wentylator przy pracy zespołowej:

$$P_{\text{nap}} = \frac{Q \cdot \Delta p}{\eta} = \frac{0,465 \cdot 625}{0,53} = 548 \text{ W}$$

Wobec tego moc pobierana przez zespół dwóch takich wentylatorów wynosi $2 \times 548 = 1096 \text{ W}$.

Zad. 5.17. Charakterystyka instalacji jest dana równaniem: $\Delta p_c = 150 + 10^3 \cdot Q^2$. Charakterystyki dwóch wentylatorów (A i B) są dane punktami:

Wydajność [m ³ /s]	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
Śpiętrzenie całkowite wentylatora A [Pa]	870	890	900	890	870	830	770	690
Sprawność całkowita wentylatora A [%]	-	12	29	43	53	58	57	50
Śpiętrzenie całkowite wentylatora B [Pa]	750	750	740	720	690	650	600	540
Sprawność całkowita wentylatora B [%]	-	9	26	40	49	49	39	22

Wyznaczyć parametry pracy każdego wentylatora pracującego w tej instalacji pojedynczo oraz parametry pracy zespołu obydwóch wentylatorów połączonych szeregowo. Określić parametry, z jakimi pracuje każdy z wentylatorów w takim połączeniu.

Rozwiązanie

Rozpoczynamy od wykreślenia charakterystyk wentylatorów A i B oraz charakterystyki oporów instalacji Δp_c (rysunek 5.17). Z położenia miejsc przecięcia tych charakterystyk wynika, że wentylator A pracowałby w tej instalacji z wydajnością $Q = 0,84 \text{ m}^3/\text{s}$ przy spiętrzeniu ciśnienia $\Delta p \cong 860 \text{ Pa}$ i przy sprawności ok. 54,5%, natomiast wentylator B pracowałby z wydajnością $Q = 0,74 \text{ m}^3/\text{s}$ przy spiętrzeniu ciśnienia $\Delta p = 700 \text{ Pa}$ i sprawności ok. 47,5%.

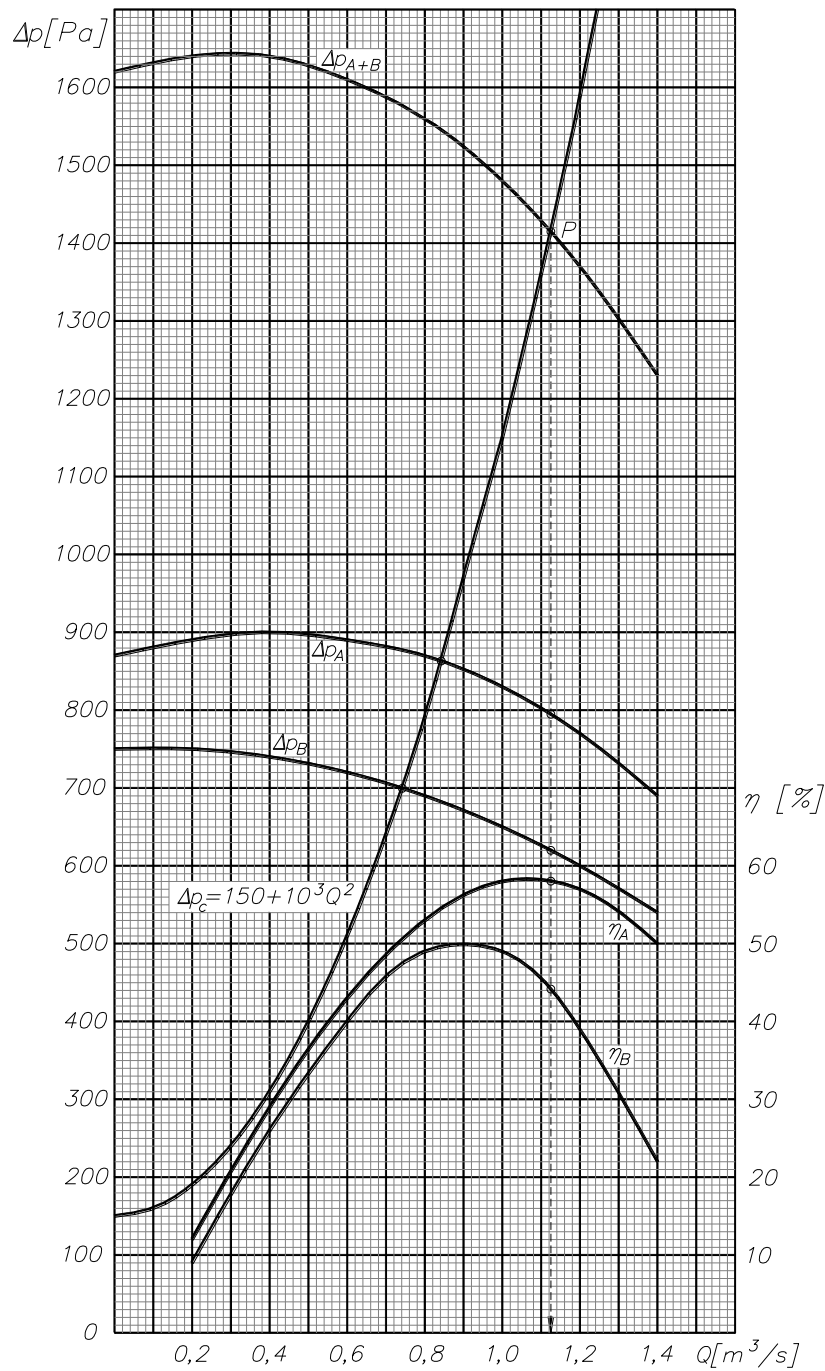
Wiadomo, że po szeregowym połączeniu wentylatorów otrzymujemy zespół dysponujący większym spiętrzeniem ciśnienia przy porównywaną wydajności. W celu wykreślenia charakterystyki takiego zespołu Δp_{A+B} sumujemy współrzędne spiętrzenia przy kolejnych współrzędnych wydajności (jest to ułatwione dzięki możliwości sumowania wartości zapisanych w tabeli). Parametry przepływowe współpracy zespołu tych wentylatorów z tą samą instalacją odczytujemy w punkcie P przecięcia krzywej Δp_{A+B} z krzywą Δp_c . W tym wypadku spiętrzenie ciśnienia wynosi $\Delta p = 1415 \text{ Pa}$ przy wydajności ok. $1,12 \text{ m}^3/\text{s}$. Zauważmy, że dzięki zwiększeniu spiętrzenia ciśnienia nastąpiło też zwiększenie wydajności w porównaniu z pojedynczą pracą któregośkolwiek wentylatora.

Moc pobieraną przez zespół wentylatorów będzie można określić tylko po uprzednim wyznaczeniu mocy pobieranej przez każdy wentylator z osobna, ponieważ każdy z nich charakteryzuje się inną sprawnością.

Przechodzimy do określenia parametrów pracy każdego wentylatora przy działaniu zespołowym. Zauważmy, że każdy z dwóch wentylatorów pracujących szeregowo transportuje taką samą ilość powietrza (pomijamy nieszczelności). Oznacza to, że w czasie współpracy musi występować taka sama wydajność w obydwóch wentylatorach. W tym wypadku jest to wydajność ok. $1,12 \text{ m}^3/\text{s}$. Parametry pracy obydwóch wentylatorów są określone przez punkty przecięcia linii pionowej wyprowadzonej z punktu P z charakterystykami tych wentylatorów. Otrzymamy w ten sposób:

- dla wentylatora A: $Q \cong 1,12 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p = 795 \text{ Pa}$,
- dla wentylatora B: $Q \cong 1,12 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p = 620 \text{ Pa}$.

Łatwo sprawdzić, że wartości tych spiętrzeń dają w sumie spiętrzenie odczytane dla zespołu wentylatorów.



Rys. 5.17

Ostatnim elementem rozwiązania jest określenie mocy napędu. Przy wydajności równej $1,12 \text{ m}^3/\text{s}$ sprawności wentylatorów wynoszą: $\eta_A = 58\%$, $\eta_B = 44\%$. Wobec tego obliczamy kolejno:

- dla wentylatora A:
$$P_{\text{nap}} = \frac{Q \cdot \Delta p}{\eta} = \frac{1,12 \cdot 795}{0,58} = 1540 \text{ W},$$

- dla wentylatora B:
$$P_{\text{nap}} = \frac{1,12 \cdot 620}{0,44} = 1580 \text{ W}.$$

Moc napędu zespołu wynosi więc $1540 + 1580 = 3120 \text{ W}$.

Zad. 5.18. Charakterystyki dwóch wentylatorów są dane punktami:

Wydajność [m ³ /s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,53	0,6	0,7	0,8
Śpiętrzenie całkowite went. A [Pa]	450	460	500	550	560	530	512	450	320	130
Śpiętrzenie całkowite went. B [Pa]	400	390	360	310	230	70	0	-	-	-

Sprawdzić, czy jest sensowne zastosowanie szeregowego połączenia tych dwóch wentylatorów przy współpracy z sieciami o podanych formułach oporów:

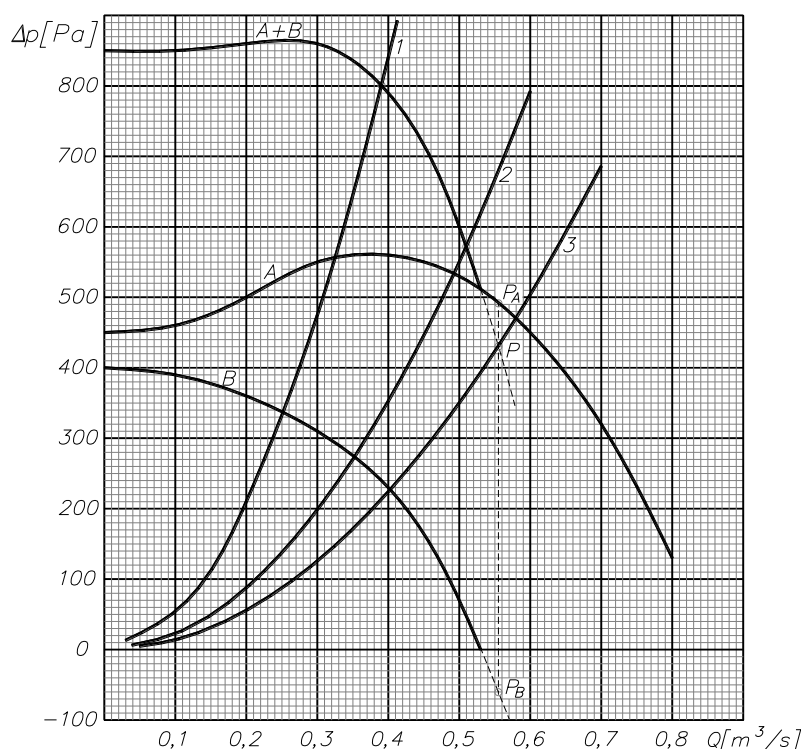
$$1) \Delta p_c = 5260 Q^2, \quad 2) \Delta p_c = 2200 Q^2, \quad 3) \Delta p_c = 1400 Q^2.$$

Określić spiętrzenia ciśnienia w obydwóch wentylatorach podczas szeregowej współpracy z siecią nr 3.

Rozwiązanie

W tym wypadku spotykamy się z sytuacją, kiedy mają współpracować w układzie szeregowym dwa wentylatory o znacznie różniących się charakterystykach. Taka sytuacja niesie pewne zagrożenie, które będzie zilustrowane w tym zadaniu.

Postępowanie rozpoczyna się podobnie jak w poprzednim zadaniu dotyczącym szeregowej współpracy wentylatorów. Najpierw rysujemy krzywe odpowiadające charakterystykom obydwóch wentylatorów i charakterystyce sieci. Następnie wykreślamy charakterystykę układu (A+B), łącząc punkty o rzędnych będących sumą wartości spiętrzenia wentylatorów A i B przy tych samych wydajnościach. Te charakterystyki są narysowane na rysunku 5.18. liniami grubymi ciągłymi. Charakterystyka (A+B) kończy się w miejscu gdzie wydajność wynosi 0,53 m³/s, ponieważ do takiej tylko wartości wydajności przebiega użyteczna charakterystyka wentylatora B.



Rys. 5.18

Wyznaczenie parametrów pracy przedstawionego zespołu wentylatorów z siecią „1” jest proste; określają je punkty przecięcia odpowiednich krzywych. Parametry te są następujące: wydajność $Q = 0,39 \text{ m}^3/\text{s}$, łączne spiętrzenie w zespole $\Delta p = 800 \text{ Pa}$. Dla sieci o charakterystyce „2” odpowiednie parametry wynoszą: wydajność $Q = 0,51 \text{ m}^3/\text{s}$, łączne spiętrzenie w zespole $\Delta p = 570 \text{ Pa}$. Zarówno w pierwszym jak i w drugim przypadku można spostrzec, że wyznaczone parametry są wyższe od parametrów ewentualnej pojedynczej pracy wentylatora A, a tym bardziej wentylatora B. Zastosowanie szeregowego połączenia tych dwóch wentylatorów jest więc sensowne.

Inaczej wygląda sytuacja w wypadku, kiedy ten sam zespół wentylatorów ma pracować w sieci 3. Krzywa (A+B) nie sięga do krzywej (3), więc nie uzyskujemy punktu przecięcia. Możemy najwyżej ekstrapolować charakterystykę wentylatora B poniżej linii zerowego spiętrzenia, aby uzyskać dalszy bieg charakterystyki (A+B). Taka ekstrapolacja jest przedstawiona linią przerywaną. Jej sens fizyczny jest następujący: można zmusić wentylator do przepuszczenia większej ilości powietrza niż $0,53 \text{ m}^3/\text{s}$, ale dzieje się to kosztem pewnej straty ciśnienia. Pracujący wentylator działa wówczas jak przeszkoda na drodze powietrza, a strata na tej przeszkodzie jest zilustrowana przerywaną częścią charakterystyki B. Obecność tej przeszkody powoduje, że od wartości $Q = 0,53 \text{ m}^3/\text{s}$ charakterystyka wspólna (A+B) biegnie poniżej charakterystyki wentylatora A. Można określić punkt przecięcia przerywanej części krzywej (A+B) z krzywą sieci. Punkt ten, oznaczony P, ma współrzędne $0,555 \text{ m}^3/\text{s}$ i 430 Pa . Łatwo jednak zauważyć, że gdyby nie było wentylatora B, to sam wentylator A zapewniłby wyższe parametry pracy: $0,58 \text{ m}^3/\text{s}$ i 470 Pa . Nie jest więc sensowne zastosowanie szeregowego połączenia tych dwóch wentylatorów do pracy w sieci typu 3.

Ostatnie polecenie dotyczy wyznaczenia parametrów działania obydwóch wentylatorów podczas pracy w tej sieci. Dysponując punktem P można te informacje uzyskać: rysujemy linię stałej wydajności $0,555 \text{ m}^3/\text{s}$ i znajdujemy punkty jej przecięcia z charakterystykami obydwóch wentylatorów. Otrzymujemy w ten sposób punkty P_A i P_B . Ich parametry są następujące:

- wentylator A: $Q = 0,555 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p = 590 \text{ Pa}$,
- wentylator B: $Q = 0,555 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p = -60 \text{ Pa}$.

Zostało więc stwierdzone, że w rozpatrywanej sytuacji, w pasożytniczym wentylatorze B występuje spadek ciśnienia o wartości 60 Pa .

Warto zauważyć, że opisywane tu zdarzenie nie mogłoby nastąpić przy współpracy dwóch jednakowych wentylatorów.

Zad. 5.19. Charakterystyki dwóch wentylatorów są dane punktami:

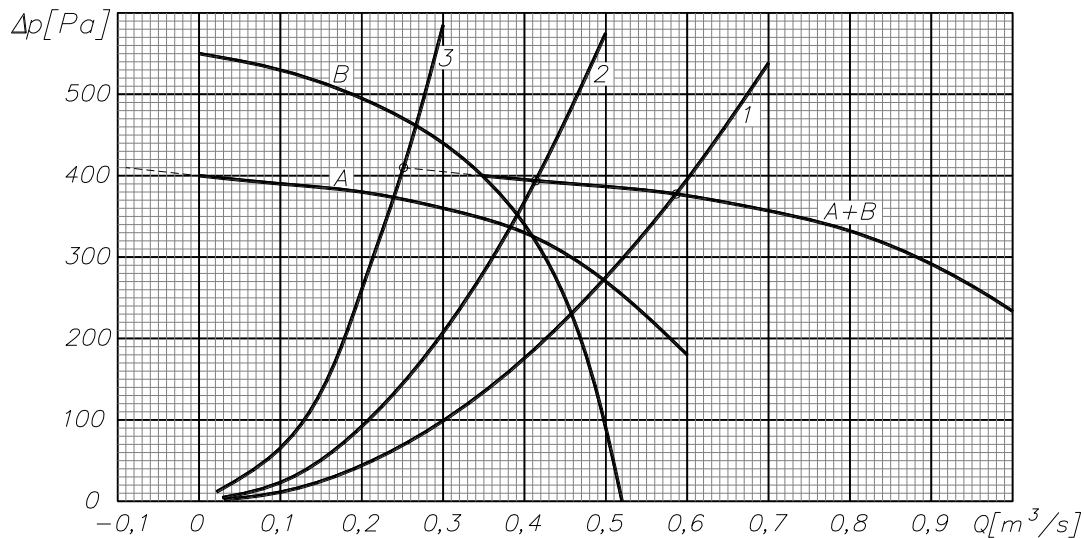
Wydajność [m^3/s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
Spiętrzenie całkowite went. A [Pa]	400	390	380	360	330	270	180
Spiętrzenie całkowite went. B [Pa]	550	530	495	440	340	90	-

Sprawdzić, czy jest sensowne zastosowanie równoległego połączenia tych dwóch wentylatorów przy współpracy z sieciami o podanych formułach oporów:

$$1) \Delta p_c = 1100 Q^2, \quad 2) \Delta p_c = 2300 Q^2, \quad 3) \Delta p_c = 6500 Q^2,$$

Rozwiązanie

Dwa wentylatory o znacznie różniących się charakterystykach mają współpracować w układzie szeregowym. Postępowanie rozpoczyna się podobnie jak w poprzednim zadaniu dotyczącym szeregowej współpracy wentylatorów. Najpierw rysujemy krzywe odpowiadające charakterystykom obydwóch wentylatorów i charakterystyce sieci. Następnie wykreślamy charakterystykę układu (A+B). Łączymy w tym celu punkty o współrzędnych poziomych będących sumą wydajności wentylatorów A i B przy tych samych spiętrzeniach. Te charakterystyki są narysowane na rysunku 5.19. liniami grubymi ciągłymi. Charakterystyka (A+B) zaczyna się w miejscu, gdzie spiętrzenie wynosi 400 Pa , ponieważ od takiej wartości spiętrzenia przebiega użyteczna charakterystyka wentylatora A.



Rys. 5.19

Wyznaczenie parametrów pracy przedstawionego zespołu wentylatorów z siecią „1” albo „2” jest oczywiste; wyznaczają je punkty przecięcia krzywej (A+B) z charakterystykami oporów tych sieci. Parametry te są następujące: dla sieci o charakterystyce nr 1 wydajność $Q \cong 0,585 \text{ m}^3/\text{s}$, spiętrzenie ciśnienia $\Delta p \cong 380 \text{ Pa}$, dla sieci o charakterystyce nr 2 odpowiednie parametry wynoszą: wydajność $Q \cong 0,415 \text{ m}^3/\text{s}$, spiętrzenie ciśnienia $\Delta p \cong 395 \text{ Pa}$. Zarówno w pierwszym jak i w drugim przypadku można spostrzec, że wyznaczone parametry są wyższe od parametrów ewentualnej pojedynczej pracy wentylatora A czy B. Zastosowanie równoległego połączenia tych dwóch wentylatorów jest więc sensowne.

Inaczej wygląda sytuacja w wypadku, kiedy ten sam zespół wentylatorów ma pracować w sieci 3. Krzywa (A+B) nie sięga do krzywej (3), więc nie uzyskujemy punktu przecięcia. Możemy najwyżej ekstrapolować charakterystykę wentylatora A na lewo od linii zerowej wydajności, aby uzyskać dalszy bieg charakterystyki (A+B). Taka ekstrapolacja jest przedstawiona linią przerywaną. Jej sens fizyczny jest następujący: przy odpowiednio dużej różnicy ciśnień między króćcem tłocznym a ssawnym (tutaj ponad 400 Pa) w wentylatorze A następuje przepływ wsteczny, czyli ujemny. Wentylator ten, pracując w układzie równoległym, działa jak upust, pozwalając na powrót części strumienia powietrza do kanału ssawnego. Obecność tego upustu powoduje, że powyżej wartości spiętrzenia $\Delta p = 400 \text{ Pa}$ charakterystyka wspólna (A+B), oznaczona linią przerywaną, biegnie poniżej charakterystyki wentylatora B. Można określić orientacyjnie punkt przecięcia przerywanej części krzywej (A+B) z krzywą sieci 3. Punkt ten ma współrzędne $0,25 \text{ m}^3/\text{s}$ i 410 Pa . Można przy tym zauważyć, że pasożytniczy wentylator A powoduje stratę wydajności o wartości ok. $0,09 \text{ m}^3/\text{s}$.

Gdyby nie było wentylatora A, to sam wentylator B zapewniłby wyższe parametry pracy: około $0,27 \text{ m}^3/\text{s}$ i 460 Pa . Nie jest więc sensowne zastosowanie równoległego połączenia tych dwóch wentylatorów do pracy w sieci typu 3.

Warto zauważyć, że przy współpracy dwóch jednakowych wentylatorów, nie zachodziłyby opisane komplikacje.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zad. 5.20. Wentylator ssący bezpośrednio z atmosfery przez króciec o średnicy 400 mm tłoczy powietrze do instalacji wentylacyjnej z wydajnością $3,6 \text{ m}^3/\text{s}$. Nadciśnienie statyczne zmierzone w króćcu tłocznym wynosi $0,62 \text{ kPa}$. Króciec tłoczny ma przekrój prostokątny $300 \times 400 \text{ mm}$. Wyznaczyć spiętrzenie całkowite wentylatora przy podanej wydajności.

Odpowiedź: $\Delta p = 1160 \text{ Pa}$

Zad. 5.21. Wentylator usuwa zużyte powietrze z zespołu pomieszczeń bezpośrednio do atmosfery. Średnica króćca ssawnego wynosi 315 mm , zaś króciec tłoczny charakteryzuje się wymiarami $260 \times 280 \text{ mm}$. Podciśnienie statyczne zmierzone w króćcu ssawnym wynosi $0,7 \text{ kPa}$, a sonda tam umieszczona wykazuje prędkość przepływu 30 m/s . Wyznaczyć spiętrzenie całkowite wentylatora w tych warunkach.

Odpowiedź: $\Delta p = 779 \text{ Pa}$

Zad. 5.22. Przewód ssawny pewnego wentylatora ma przekrój kołowy o średnicy 350 mm , zaś przewód tłoczny ma przekrój prostokątny o wymiarach $250 \times 400 \text{ mm}$. Wentylator ten transportuje 2 m^3 powietrza na sekundę. Stwierdzono, że przy tej wydajności jego podciśnienie statyczne na ssaniu wynosi $0,6 \text{ kPa}$, zaś nadciśnienie statyczne na tłoczeniu $= 0,4 \text{ kPa}$. Obliczyć spiętrzenie całkowite tego wentylatora oraz stratę ciśnienia w kanale ssawnym i w kanale tłocznym.

Odpowiedź: $\Delta p = 981 \text{ Pa}$, $\Delta p_{s, \text{str}} = 341 \text{ Pa}$, $\Delta p_{t, \text{str}} = 400 \text{ Pa}$

Zad. 5.23. Wentylator nadmuchowy pracujący w pewnej instalacji wtłacza 1 m^3 powietrza na sekundę przez kanał o przekroju prostokątnym, o wymiarach $300 \times 200 \text{ mm}$ i długości 28 m . Przy tej wydajności jednostkowa strata liniowa w przewodzie wynosi 20 Pa/m . Suma współczynników strat miejscowych w tym przewodzie wynosi 6 . Obliczyć stratę ciśnienia w instalacji oraz spiętrzenie całkowite wentylatora. Jaką wartość nadciśnienia wykaże manometr umieszczony w króćcu tłocznym?

Odpowiedź: $\Delta p_{\text{str}} = 1560 \text{ Pa}$, $\Delta p = 1727 \text{ Pa}$, $\Delta p_{\text{man}} = 1560 \text{ Pa}$.

Zad. 5.24. Wentylator wyciągowy pracujący w pewnej instalacji wysysa $0,6 \text{ m}^3$ powietrza na sekundę przez kanał o średnicy 250 mm i długości 17 m . Przy tej wydajności jednostkowa strata liniowa w przewodzie wynosi 5 Pa/m . Suma współczynników strat miejscowych w tym przewodzie wynosi 9 . Wymiary przekroju króćca wylotowego wynoszą $200 \times 250 \text{ mm}$. Obliczyć stratę ciśnienia w instalacji oraz spiętrzenie całkowite wentylatora. Jaką wartość podciśnienia wykaże manometr umieszczony w króćcu ssawnym?

Odpowiedź: $\Delta p_{\text{str}} = 891 \text{ Pa}$, $\Delta p = 977 \text{ Pa}$, $\Delta p_{\text{man}} = 981 \text{ Pa}$.

Zad. 5.25. Podciśnienie statyczne w króćcu ssawnym pewnego wentylatora wynosi 600 Pa , nadciśnienie statyczne w króćcu tłocznym $= 800 \text{ Pa}$, prędkości przepływu wynoszą odpowiednio 22 i 27 m/s . Natężenie przepływu w tych warunkach wynosi $0,8 \text{ m}^3/\text{s}$. Obliczyć moc użyteczną tego wentylatora i jego sprawność całkowitą, wiedząc że silnik napędowy pobiera moc $1,8 \text{ kW}$.

Odpowiedź: $P = 1238 \text{ W}$, $\eta = 0,69$.

Zad. 5.26. Wirnik wentylatora promieniowego ma określone następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	200 mm	380 mm
Szerokość łopatki	90 mm	60 mm
Kąt łopatki	23°	36°

Wentylator pracuje bez kierownicy wlotowej. Zakładając nominalny napływ gazu na łopatki wirnika wyznaczyć teoretyczną nominalną wydajność Q_{tin} oraz teoretyczne nominalne spiętrzenie całkowite Δp_{tin} tego wentylatora przy prędkości obrotowej $n = 1750$ obr/min.

Odpowiedź: $Q_{\text{tin}} = 0,44 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p_{\text{tin}} = 1,1 \text{ kPa}$

Zad. 5.27. Wirnik wentylatora promieniowego ma określone następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	315 mm	550 mm
Szerokość łopatki	110 mm	110 mm
Kąt łopatki	21°	35°

Wentylator pracuje bez kierownicy wlotowej. Dobrać prędkość obrotową wirnika w celu osiągnięcia teoretycznego nominalnego spiętrzenia całkowitego równego 1,7 kPa. Obliczyć wydajność Q_{tin} przy tej prędkości.

Odpowiedź: $n = 1443$ obr/min, $Q_{\text{tin}} = 0,995 \text{ m}^3/\text{s}$

Zad. 5.28. W pewnym szeregu wentylatorów podobnych stosunek średnic D_2/D_1 wynosi 1,8, szerokość wirnika jest jednakowa w każdym miejscu i jest równa 0,8 średnicy D_1 , a kąty łopatek wynoszą: $\beta_1 = 22^\circ$, $\beta_2 = 36^\circ$. Dobrać wymiary wirnika w celu zapewnienia wydajności $Q_{\text{tin}} = 0,3 \text{ m}^3/\text{s}$ przy prędkości obrotowej 2900 obr/min. Określić teoretyczne nominalne spiętrzenie całkowite dobranego wentylatora.

Odpowiedź: $D_1 = 125 \text{ mm}$, $D_2 = 225 \text{ mm}$, $b = 100 \text{ mm}$, $\Delta p_{\text{tin}} = 1160 \text{ Pa}$

Zad. 5.29. Pewien wentylator przy prędkości 2920 obr/min ma następujące nominalne parametry pracy: wydajność $= 1,3 \text{ m}^3/\text{s}$, spiętrzenie statyczne $= 2700 \text{ Pa}$, zaś pobierana moc napędu $= 7,5 \text{ kW}$. Średnica króćca ssawnego wynosi 250 mm, zaś króciec tłoczny charakteryzuje się wymiarami $280 \times 160 \text{ mm}$. Średnica zewnętrzna wirnika wynosi 550 mm. Wyznaczyć wartość wyróżnika wydajności, wyróżnika spiętrzenia i wyróżnika mocy tego wentylatora a także obliczyć jego sprawność.

Odpowiedź: $\phi = 0,0651$, $\psi = 0,656$, $\lambda = 0,0885$, $\eta = 0,48$.

Zad. 5.30. Obliczyć nominalne spiętrzenie całkowite wentylatora, którego wirnik o średnicy zewnętrznej równej 460 mm obraca się z prędkością 1450 obr/min, a wyróżnik spiętrzenia wynosi 1,4. Wyznaczyć wartość wyróżnika wydajności tego wentylatora, wiedząc że jego nominalna wydajność wynosi $0,9 \text{ m}^3/\text{s}$.

Odpowiedź: $\Delta p = 1025 \text{ Pa}$, $\phi = 0,155$.

Zad. 5.31. Pewien wentylator charakteryzuje się nominalną wydajnością $0,9 \text{ m}^3/\text{s}$ oraz nominalnym spiętrzeniem całkowitym 500 Pa przy prędkości obrotowej 1440 obr/min. Obliczyć nominalne parametry tego wentylatora po obniżeniu prędkości obrotowej do wartości 975 obr/min.

Odpowiedź: $Q = 0,61 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p = 229 \text{ Pa}$.

Zad. 5.32. Pewien wentylator charakteryzuje się nominalną wydajnością $0,85 \text{ m}^3/\text{s}$ przy prędkości obrotowej 1450 obr/min . Nominalna moc napędu wynosi 1650 W przy sprawności całkowitej wynoszącej $0,55$. Obliczyć, do jakiej wartości należy zmienić prędkość wentylatora, żeby uzyskać nominalną wydajność równą $1 \text{ m}^3/\text{s}$. Określić ciśnienie całkowite i moc napędu wentylatora przy nowej prędkości.

Odpowiedź: $n = 1706 \text{ obr/min}$, $\Delta p = 1478 \text{ Pa}$, $P_{\text{nap}} = 2687 \text{ W}$.

Zad. 5.33. W pewnym wentylatorze średnica wlotowa wirnika $D_1 = 300 \text{ mm}$. Jego nominalna wydajność $Q_{\text{nom}} = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$, nominalne ciśnienie całkowite $\Delta p_{\text{nom}} = 2000 \text{ Pa}$, a nominalna moc napędu wynosi 1500 W . Na jego podobieństwo zbudowano proporcjonalnie drugi wentylator o średnicy wlotowej wirnika równej 375 mm . Jaką wartość przyjmie nominalna wydajność, nominalne ciśnienie całkowite i nominalna moc napędu tego drugiego wentylatora przy tej samej prędkości obrotowej?

Odpowiedź: $Q_{\text{nom}} \cong 0,977 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p_{\text{nom}} \cong 3125 \text{ Pa}$, $P_{\text{nap}} \cong 4578 \text{ W}$.

Zad. 5.34. Pewien wentylator charakteryzuje się średnicą wlotową wirnika $D_1 = 200 \text{ mm}$. Przy prędkości obrotowej 1450 obr/min jego nominalna wydajność $Q_{\text{nom}} = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$, a nominalne ciśnienie całkowite $\Delta p_{\text{nom}} = 1200 \text{ Pa}$. Na jego podobieństwo zbudowano proporcjonalnie drugi wentylator o średnicy wlotowej wirnika 100 mm . Jaką wartość przyjmie nominalna wydajność i nominalne ciśnienie całkowite tego drugiego wentylatora przy prędkości obrotowej równej 2900 obr/min ?

Odpowiedź: $Q_{\text{nom}} = 0,025 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p_{\text{nom}} = 1200 \text{ Pa}$.

Zad. 5.35. Pewien wentylator charakteryzuje się następującymi wymiarami wirnika: średnica wlotowa wirnika $D_1 = 240 \text{ mm}$, średnica wylotowa wirnika $D_2 = 400 \text{ mm}$, szerokość $b = 100 \text{ mm}$. Przy prędkości obrotowej 2000 obr/min jego nominalna wydajność $Q_{\text{nom}} = 0,48 \text{ m}^3/\text{s}$, a nominalne ciśnienie całkowite $\Delta p_{\text{nom}} = 1400 \text{ Pa}$. Na jego podobieństwo zbudowano drugi wentylator o średnicach wirnika odpowiednio $360/600 \text{ mm}$, tych samych kątach łopatek i o tej samej szerokości wirnika. Jaką wartość przyjmie nominalna wydajność i nominalne ciśnienie całkowite tego drugiego wentylatora przy prędkości obrotowej równej 1800 obr/min ?

Odpowiedź: $Q_{\text{nom}} \cong 0,972 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p_{\text{nom}} \cong 2552 \text{ Pa}$.

Zad. 5.36. Pewien wentylator promieniowy charakteryzuje się następującymi wymiarami wirnika:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	200 mm	300 mm
Szerokość łopatki	100 mm	
Kąt łopatki	22°	34°

Przy prędkości obrotowej 2200 obr/min jego nominalna wydajność $Q_{\text{nom}} = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$, a nominalne ciśnienie całkowite $\Delta p_{\text{nom}} = 900 \text{ Pa}$. W drugim wentylatorze wirnik ma taką samą średnicę wewnętrzną i szerokość, takie same kąty β_1 i β_2 , ale średnicę zewnętrzną równą 360 mm . Jaką wartość przyjmie nominalna wydajność i nominalne ciśnienie całkowite tego drugiego wentylatora przy prędkości obrotowej równej 2500 obr/min ? Założyć identyczne sprawności cząstkowe obydwóch wentylatorów.

Odpowiedź: $Q_{\text{nom}} = 0,568 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p_{\text{nom}} = 1859 \text{ Pa}$.

Zad. 5.37. Wentylator przetłaczający powietrze o następujących wymiarach wirnika:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	300 mm	500 mm
Szerokość łopatki	180 mm	
Kąt łopatki	20°	35°

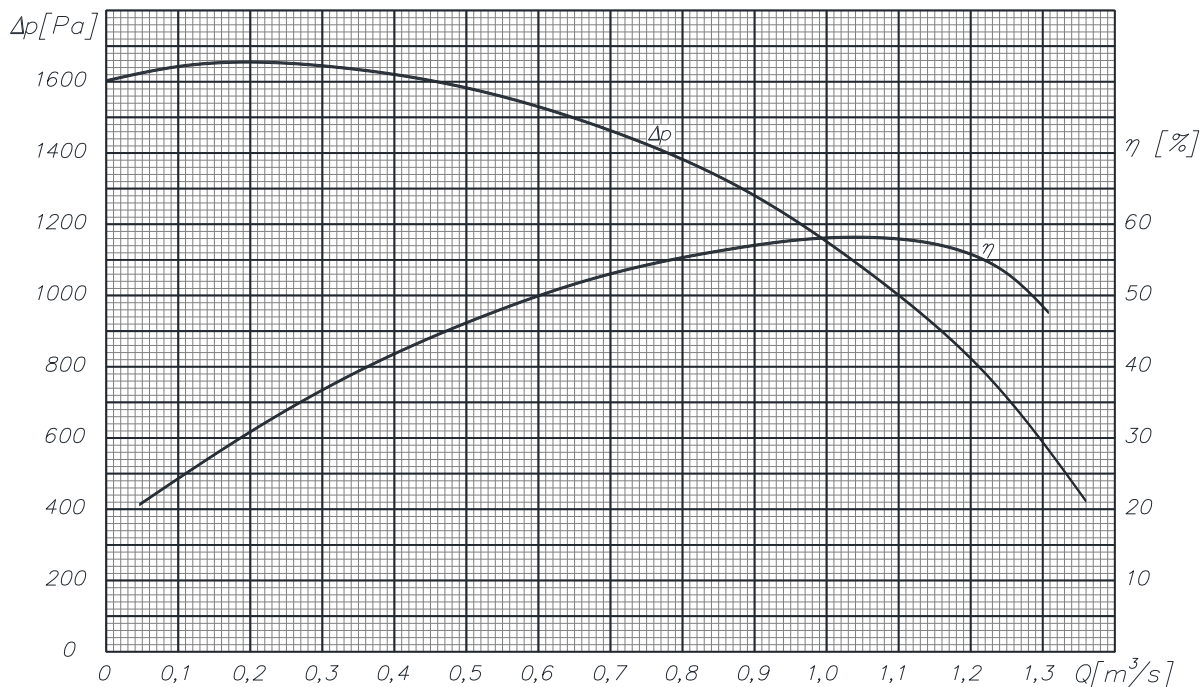
pracuje z całkowitym spiętrzeniem 1900 Pa przy wydajności 1,6 m³/s i całkowitej sprawności równej 0,73. Ile będzie wynosić spiętrzenie całkowite, wydajność i moc napędu, gdy ten sam wentylator będzie wykorzystany do przetłaczania dwutlenku węgla? Gęstość dwutlenku węgla wynosi 1,96 kg/m³. Przyjąć, że prędkość obrotowa wentylatora nie ulega zmianie.

Odpowiedź: $\Delta p = 3103 \text{ Pa}$, $Q = 1,6 \text{ m}^3/\text{s}$, $P_{\text{nap}} = 6,8 \text{ kW}$.

Zad. 5.38. Wentylator wyciągający czyste powietrze z hali produkcyjnej pracuje z całkowitym spiętrzeniem 920 Pa przy wydajności 0,7 m³/s i całkowitej sprawności równej 0,52. Ile będzie wynosić spiętrzenie całkowite, wydajność i moc napędu, gdy zasysane powietrze zostanie zapyłone w stosunku masowym pyłu do powietrza jak 1:1? Założyć, że prędkość obrotowa wentylatora nie ulega zmianie.

Odpowiedź: $\Delta p = 1840 \text{ Pa}$, $Q = 0,7 \text{ m}^3/\text{s}$, $P_{\text{nap}} = 2476 \text{ W}$.

Zad. 5.39. Instalacja wentylacyjna jest zbudowana przy użyciu kanałów o średnicy 400mm. Spadek ciśnienia na jednym metrze takiego kanału można obliczyć orientacyjnie wg wzoru $R_L = 0,03 \cdot v^2$. Długość kanału ssawnego wynosi 15 m, długość kanału tłocznego = 185 m. Suma współczynników oporu miejscowego jest równa 10. Wyznaczyć natężenie przepływu i spiętrzenie ciśnienia przy zastosowaniu wentylatora o charakterystyce podanej na rysunku 5.36. Obliczyć też zapotrzebowanie mocy do napędu tego wentylatora.



Rys. 5.36

Odpowiedź: $Q = 1,11 \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta p = 980 \text{ Pa}$, $P_{\text{nap}} = 1875 \text{ W}$.

Zad. 5.40. Charakterystyka wentylatora promieniowego pracującego z prędkością obrotową równą 1450 obr/min jest dana punktami:

Wydajność [m^3/s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Śpiętrzenie całkowite [Pa]	325	330	330	325	310	290	250	175	75

Wykreślić charakterystyki, jakie będzie miał ten wentylator przy prędkościach obrotowych 1100 i 1900 obr/min, zakładając niezmienną sprawność.

Odpowiedź: dla $n = 1100$ obr/min od punktu (0, 187) do punktu (0,607, 43),
dla $n = 1900$ obr/min od punktu (0, 558) do punktu (1,048, 129)

Zad. 5.41. Charakterystyka wentylatora promieniowego pracującego z prędkością obrotową 1420 obr/min jest dana punktami:

Wydajność [m^3/s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Śpiętrzenie całkowite [Pa]	350	360	400	450	440	410	350	220	80

Pożądana jest praca tego wentylatora z wydajnością $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$ i ze spiętrzeniem całkowitym 300 Pa. Jaka prędkość obrotowa wirnika powinna zapewnić te parametry? Wykreślić charakterystykę $Q-\Delta p$ przy tej prędkości, zakładając niezmienną sprawność.

Odpowiedź: $n \cong 1270$ obr/min.

Zad. 5.42. Opór sieci wentylacyjnej jest określony funkcją $\Delta p = 2400 Q^2$, gdzie $Q[\text{m}^3/\text{s}]$, $\Delta p[\text{Pa}]$. Oczekuje się dostarczania powietrza w ilości $2000 \text{ m}^3/\text{godz}$. Do dyspozycji jest wentylator promieniowy, którego charakterystyki przy prędkości obrotowej 1450 obr/min są dane punktami:

Wydajność [m^3/s]	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,6
Śpiętrzenie całkowite [Pa]	550	555	555	550	542	530	510	486	450	410	350
Sprawność [%]	14	19,5	25	30	34,7	39	43	46,5	49	50,5	50,5

Określić prędkość obrotową tego wentylatora właściwą dla wymuszenia zadanego natężenia przepływu. Obliczyć także moc pobieraną przez niego przy obliczonej prędkości, przyjmując założenie, że regulacja poprzez prędkość pozostawia tę samą sprawność w odpowiadających sobie punktach charakterystyki.

Odpowiedź: $n = 1790$ obr/min, $P_{\text{nap}} = 885 \text{ W}$.

Zad. 5.43. Wirnik wentylatora promieniowego ma następujące wymiary:

	na wlocie	na wylocie
Średnica wieńca łopatkowego	315 mm	450 mm
Szerokość łopatki	100 mm	90 mm
Kąt łopatki	22°	28°

Jak duże zmiany (procentowe) teoretycznej wydajności i teoretycznego spiętrzenia całkowitego spowoduje regulacja za pomocą kierownicy wlotowej, jeśli skrajne odchylenie wektora prędkości c_0 wynosi $\pm 15^\circ$? Porównać stan bez kierownicy i w skrajnych punktach działania kierownicy. Założyć, że prędkość względna napływu i odpływu gazu z łopatek jest styczna do łopatek.

Wskazówka: Podobne zadanie znajduje się w rozdziale „Pompy wirowe”.

Odpowiedź:

Przy $\alpha_0 = 75^\circ$: spadek wydajności teoret. = 10%, spadek teoret. spiętrzenia całkowitego = 1%,

Przy $\alpha_0 = 105^\circ$: wzrost wydajności teoret. = 12%, wzrost teoret. spiętrzenia całkowitego = 2%.

Zad. 5.44. Charakterystyki wentylatora są dane punktami:

Wydajność [m ³ /s]	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
Spiężnienie całkowite [Pa]	530	550	540	510	460	390	300	180
Sprawność [%]	-	13	39	54	60	55	45	33

Wyznaczyć parametry punktu pracy (wydajność i spiężnienie całkowite) po równoległym zainstalowaniu dwóch takich wentylatorów w sieci o równaniu $\Delta p = 2800 Q^2$. Określić parametry, z jakimi w tej sytuacji pracuje każdy z wentylatorów. Obliczyć moc pobieraną przez obydwa wentylatory pracujące równolegle oraz (dla porównania) moc pobieraną przez jeden taki wentylator pracujący pojedynczo w tej sieci.

Odpowiedź:

$$Q \cong 0,404 \text{ m}^3/\text{s}, \Delta p \cong 455 \text{ Pa}, Q_1 \cong 0,202 \text{ m}^3/\text{s}, \Delta p_1 \cong 455 \text{ Pa}, P_{\text{nap}} \cong 306 \text{ W}, P_{\text{nap.pojed.}} \cong 202 \text{ W}.$$

Zad. 5.45. Charakterystyki wentylatora są dane punktami:

Wydajność [m ³ /s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
Spiężnienie całkowite [Pa]	280	300	310	295	260	220	175
Sprawność całkowita [%]	-	12	37	52	59	60	57

Wyznaczyć parametry punktu pracy (wydajność i spiężnienie całkowite) po szeregowym zainstalowaniu dwóch takich wentylatorów w sieci o równaniu $\Delta p = 300 + 400 \cdot Q^2$. Określić parametry, z jakimi w tej sytuacji pracuje każdy z wentylatorów. Obliczyć moc pobieraną przez obydwa wentylatory pracujące szeregowo oraz (dla porównania) moc pobieraną przez jeden taki wentylator pracujący pojedynczo w tej sieci.

Odpowiedź:

$$Q \cong 0,53 \text{ m}^3/\text{s}, \Delta p \cong 414 \text{ Pa}, Q_1 \cong 0,53 \text{ m}^3/\text{s}, \Delta p_1 \cong 207 \text{ Pa}, P_{\text{nap}} \cong 369 \text{ W}, \text{pojedynczo – nie!}$$

Zad. 5.46. Charakterystyki spiężnienia i sprawności dwóch wentylatorów (A i B) są dane punktami:

Wydajność [m ³ /s]	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
Spiężnienie całkowite A [Pa]	680	695	700	690	650	560	440	280	120
Sprawność A [%]	18	36	46	52	54	54	50	40	25
Spiężnienie całkowite B [Pa]	560	550	520	470	400	310	190	50	-
Sprawność B [%]	29	40	46	48	46	38	25	10	-

W celu zasilania instalacji o równaniu oporów $\Delta p = 700 + 120 \cdot Q^2$ połączono te wentylatory szeregowo. Wyznaczyć parametry współpracy (Q, Δp) oraz moce napędu pobierane przez obydwa wentylatory.

$$\text{Odpowiedź: } Q = 1,2 \text{ m}^3/\text{s}, \Delta p = 870 \text{ Pa}, P_{\text{nap.A}} = 1,24 \text{ kW}, P_{\text{nap.B}} = 0,98 \text{ kW}.$$

Zad. 5.47. Charakterystyki spiężnienia i sprawności dwóch wentylatorów (A i B) są dane punktami:

Wydajność [m ³ /s]	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
Spiężnienie całkowite A [Pa]	680	695	700	690	650	560	440	280	120
Sprawność A [%]	18	36	46	52	54	54	50	40	25
Spiężnienie całkowite B [Pa]	560	550	520	470	400	310	190	50	-
Sprawność B [%]	29	40	46	48	46	38	25	10	-

W celu uzyskania dużego przepływu w instalacji o równaniu oporów $\Delta p = 200 + 50 \cdot Q^2$ połączono te wentylatory równolegle. Wyznaczyć parametry współpracy (Q, Δp) oraz moce napędu pobierane przez obydwa wentylatory.

$$\text{Odpowiedź: } Q = 2,22 \text{ m}^3/\text{s}, \Delta p = 450 \text{ Pa}, P_{\text{nap.A}} = 1,23 \text{ kW}, P_{\text{nap.B}} = 0,81 \text{ kW}.$$