

ZESTAW 8

ELEKTROMAGNETYZM I OPTYKA FIS-FT-1 S2 GR. 1

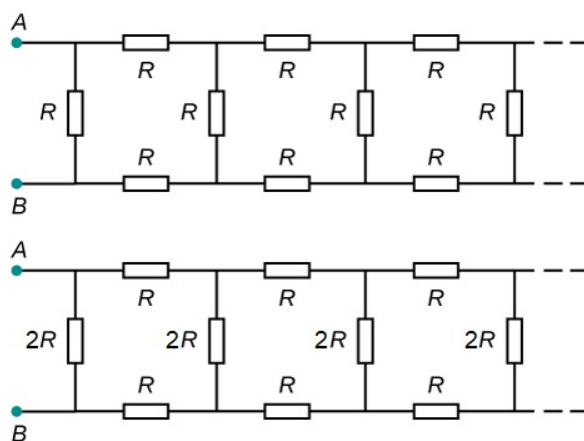
Kontakt: Radosław Strzałka, pok. 315/D10, mail: strzalka@fis.agh.edu.pl

Zestawy dostępne pod adresem: http://galaxy.agh.edu.pl/~strzalka/#dydaktyka#eio_ft

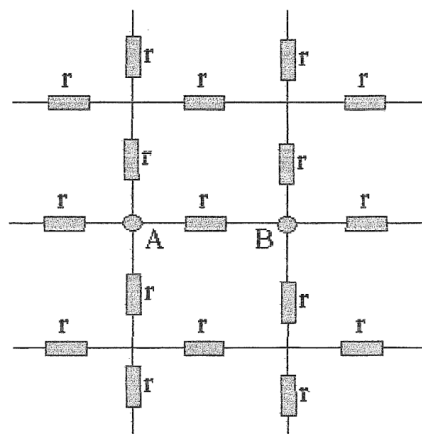
Tematyka: Prąd elektryczny, natężenie; opór zastępczy, opór przewodnika; obwód prądu stałego, prawa Kirchhoffa, prawo Ohma; obwód RC; gęstość prądu.

- [openstax.pl 9.25. i 9.26] (i) Przez przewodnik przepływa ładunek zależny od czasu jak $Q(t) = 4 \text{ mC/s}^4 \cdot t^4 + 1 \text{ mC/s} \cdot t + 6 \text{ mC}$. Ile wynosi natężenie prądu w chwili $t = 3 \text{ s}$? (ii) Natężenie prądu płynącego przez inny przewodnik jest opisane wzorem $I(t) = I_{\max} \sin(2\pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot t)$. Podaj zależność ładunku od czasu.
- Uzasadnij wzory na opór zastępczy w połączeniach szeregowym i równoległym oporników. Udowodnij, że opór zastępczy w połączeniu równoległym jest zawsze mniejszy od najmniejszego z oporów w układzie.
- [Hennel V.4] Dwanaście oporników o oporze $R = 100 \Omega$ tworzy sześcián (każdy opornik leży na krawędzi sześciánu). Oblicz opór zastępczy tej siatki oporników między punktami:
 - w sąsiednich wierzchołkach sześciánu (na końcach jednej krawędzi);
 - na przekątnej jednej ze ścian sześciánu;
 - na głównej przekątnej sześciánu (najbardziej odległymi).*Wskazówka. Zauważ, że ze względu na symetrię siatki, niektóre wierzchołki mają ten sam potencjał.*
- [por. openstax.pl 10.95, por. Hennel V.7, por. Irodow 3.52] Rozważ nieskończenie długą „drabinę oporników” o oporze R każdy (rys. 1a). Oblicz opór zastępczy między punktami A i B. Jaki będzie wynik dla drabinki $R - 2R$ (rysunek poniżej)? *Wskazówka. Zauważ rekurencyjny związek między każdym następnym oporem zastępczym drabinki po dodaniu kolejnego szeregu. Oblicz granicę otrzymanego ciągu.*
- [Hennel V.8] Znaleźć opór zastępczy między punktami A i B dla nieskończonej, płaskiej siatki oporników (każdy o tej samej wartości r , rys. 1b).
- Dlaczego żarówka starego typu (z włóknem wolframowym) przepalała się najczęściej tuż po włączeniu zasilania? Rozważ temperaturową zależność oporu i pokaż, jaki jest stosunek natężeń prądu i mocy na żarówce w temperaturze pokojowej i żarzenia (ok. 3000 K). Współczynnik temperaturowy oporu dla wolframu $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/}^\circ\text{C}$.
- Jaki jest całkowity opór elektryczny ściętego stożka o promieniach podstawy dolnej $R_1 = 50 \text{ mm}$ i górnej (w kształcie koła) o promieniu $R_2 = 20 \text{ mm}$ oraz wysokości $h = 60 \text{ mm}$. Stożek zrobiony jest materiału o oporze właściwym $\rho = 0,005 \Omega\text{-cm}$.
- [Griffiths P.7.2] Dwa długie walce o promieniach a i b , ustawione koncentrycznie, rozdzielone są ośrodkiem o przewodności σ . Jakie jest natężenie prądu płynącego pomiędzy nimi na odcinku o długości L , jeśli różnica potencjałów między walcami równa jest U ? Na tej podstawie ustal, jakim wzorem dana jest oporność elektryczna między walcami. Następnie potwierdź wzór na opór, wychodząc z definicji oporu i przeprowadzając odpowiednie całkowanie. *Komentarz. Zauważ, że taki układ jest podobny do kabla koncentrycznego stosowanego np. w instalacjach RTV.*
- Dwie metalowe kule (lub sfery) o promieniu $r = 10 \text{ cm}$ każda zanurzone są w dużym zbiorniku z cieczą o przewodności właściwej $\sigma = 200 \text{ S/m}$, przy czym zarówno odległości między kulami, jak i od ścianek naczynia do kul są dużo większe od ich rozmiarów. Jaka będzie oporność zmierzona między kulami?
- Obwód elektryczny składa się z dwóch baterii ($\mathcal{E}_1 = 12 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 4 \text{ V}$, opory wewnętrzne $r_1 = r_2 = 1 \Omega$) oraz trzech oporników $R_1 = R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$ i jest połączony jak na rys. 2a. Proszę znaleźć potencjały w punktach $a - g$, zakładając, że obwód jest uziemiony w punkcie f . Naszkicuj przebieg zmian potencjału pomiędzy punktami. Jaka jest moc całkowita rozpraszana na opornikach?
- [ODI 2022/23-II-4] W obwodzie prądu stałego z baterią o SEM równej $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$ i oporze wewnętrznym $r_w = 0,2 \Omega$ wpięto żarówkę o nieznanym oporze R . Wiadomo, że moc wydzielona na baterii stanowi 1% całkowitej mocy obwodu. Jakie jest natężenie prądu płynącego w obwodzie? Jaka moc wydziela się na samej żarówce?
- [por. openstax.pl 10.38] Rozważ obwód z rys. 2b. Oblicz: U_{bat2} , I_2 , I_3 .

13. Proszę znaleźć opór zastępczy układu oporników przedstawionego na rys. 2c. Każdy opornik ma ten sam opór R . *Wskazówka. Skorzystaj z praw Kirchhoffa.*
14. Nienaładowany kondensator został włączony w obwód przedstawiony na rys. 2d. Proszę znaleźć natężenie prądu płynącego przez ogniwo zaraz po zamknięciu wyłącznika (klucza) oraz po długim czasie, a także zależność prądu płynącego przez opornik 4-omowy od czasu w dowolnej chwili po zamknięciu klucza.
- * 15. [Griffiths Z.7.3] Dwa metalowe ciała (o dowolnym kształcie) otoczone są słabo przewodzącym ośrodkiem o przewodności σ . Pokazać, że opór między nimi jest powiązany z pojemnością tego układu zależnością $R = \frac{\varepsilon_0}{\sigma C}$. Załóżmy teraz, że połączyliśmy je z biegunami baterii, ładując do różnicy potencjałów U_0 . Jeśli odłączymy baterię, ładunki ciał będą stopniowo zanikać. Pokazać, że $U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ i wyrazić stałą czasową τ przez ε_0 i σ .
16. Pokaż, że z mikroskopowego prawa Ohma $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ wynika makroskopowe prawo Ohma $I = \frac{U}{R}$. Następnie wyprowadź wzór na prędkość dryfu (unoszenia) elektronów w przewodniku. Oszacuj koncentrację nośników w miedzi (gęstość $\rho = 8,92 \text{ g/cm}^3$, masa atomowa $\mu = 63,5 \text{ u}$; rozmiar komórki elementarnej o kształcie sześcianu $a = 3,6 \text{ \AA}$, liczba el. swobodnych na atom $z = 1$), porównaj z wartością tablicową. Na tej podstawie oblicz prędkość unoszenia elektronów w miedzianym przewodzie ($I = 1 \text{ A}$, $S = \pi \text{ mm}^2$).
17. [openstax.pl 9.31] Rozważ drut o kołowym przekroju poprzecznym o promieniu $R = 3 \text{ mm}$. Gęstość prądu jest opisana wzorem $j(r) = cr^2$ ($c = 5 \cdot 10^6 \text{ A/m}^4$). Ile wynosi natężenie prądu płynącego przez wewnętrzną część drutu od środka do $r = 0,5 R$ oraz w całym przekroju drutu?
18. [openstax.pl 9.86] Rozważ prostokątny kawałek materiału z krawędziami podstawy o długości L oraz gęstością prądu $\vec{j} = j_0 e^{\alpha x} \hat{k}$, jak pokazano na rys. 3a. Oblicz prąd przepływający przez podstawę prostokąta.

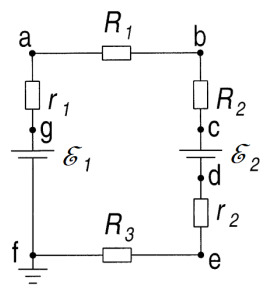


(a) zad. 4.

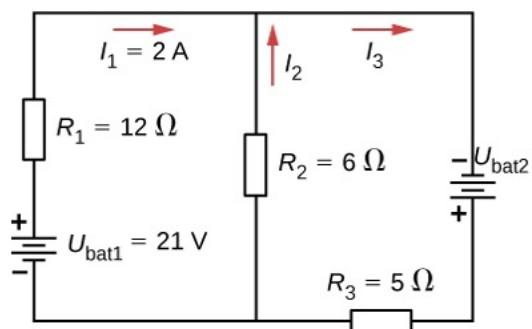


(b) zad. 5.

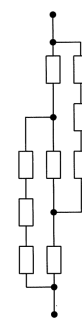
Rysunek 1



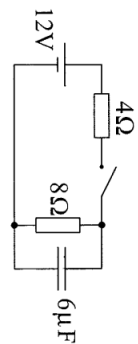
(a) zad. 10.



(b) zad. 12.

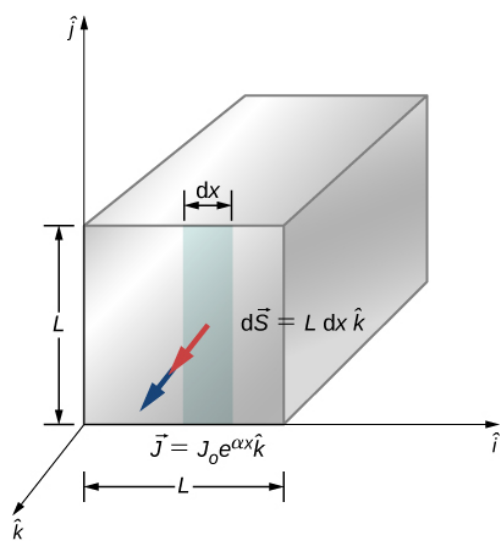


(c)
zad. 13.



(d) zad. 14.

Rysunek 2



(a) zad. 18.

Rysunek 3