

ZESTAW 0

ELEKTROMAGNETYZM I OPTYKA IS-1 S3

Kontakt: Radosław Strzałka, pok. 315/D10, mail: strzalka@fis.agh.edu.pl

Zestawy dostępne pod adresem: http://galaxy.agh.edu.pl/~strzalka/#dydaktyka#eio_is

Tematyka: Przypomnienie z mechaniki; wprowadzenie matematyczne: operatory różniczkowe.

1. Pokaż, że w rzucie ukośnym kulki z uwzględnieniem siły oporu aerodynamicznego ($\vec{F}_{op} = -\frac{1}{2}\rho AC_x v^2 \hat{v}$, gdzie ρ - gęstość ośrodka, dla powietrza $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$; powierzchnia przekroju poprzecznego $A = \pi r^2$, r - promień kulki; C_x - współczynnik aerodynamiczny kształtu, dla kuli $C_x = 0,47$) paraboliczny tor ruchu przechodzi w tor niesymetryczny z maksimum bliżej punktu wyrzutu oraz mniejszymi w porównaniu do przypadku bez oporu: wysokością maksymalną i zasięgiem. Możesz rozwiązać problem analitycznie (równanie różniczkowe) lub numerycznie wg procedury iteracyjnej (kod w Pythonie):

```
predkosc = v0*vector(cos(theta), sin(theta), 0)
pozycja = vector(0, 0.1, 0)
t = 0
dt = 0.01
```

```
while pozycja.y >= 0:
    rate(100)          %animacja w pythonie
    sila = masa*g - 0.5*rho*A*Cx*mag(predkosc)**2*norm(predkosc)
    predkosc = predkosc + sila/masa*dt
    pozycja = pozycja + predkosc*dt
    t = t+dt
```

2. Oblicz pracę wykonaną przez siłę $\vec{F}(x, y, z) = (x^2z, -xy, 5)$ przy przejściu od punktu $A = (-1, 0, 0)$ do punktu $B = (1, 0, 0)$:
 - (a) po prostej wzdłuż osi x ,
 - (b) po półokręgu w płaszczyźnie xy .
3. Proszę podać definicje operatorów różniczkowych gradient, dywergencja, rotacja i laplasjan używając operatora nabra. Zapisać postać operatorów we współrzędnych kartezjańskich.
4. Jaka jest fizyczna interpretacja i definicja operatorów różniczkowych? (związek gradientu z pochodną kierunkową, odpowiednie całkowe definicje dywergencji i rotacji)
5. Jaki jest wynik działania tych operatorów na funkcje: wektorową $\vec{F} = (x^2y, z + 2y, y^3 - xy \sin z)$ oraz skalarną $\phi = x^3 + z \exp(-y^2)$?
6. Udowodnić, że $\text{div}(\phi \vec{A}) = \phi \text{div} \vec{A} + \vec{A} \text{grad} \phi$.
7. Udowodnić, że $\text{rot} \text{rot} \vec{A} = \text{grad} \text{div} \vec{A} - \nabla^2 \vec{A}$.
8. Zbadać własności pól wektorowych:
 - $\vec{K} = (y, z, 0)$
 - $\vec{L} = (x^3, 0, 2z)$
 - $\vec{M} = (2y, 2x, 0)$
 - $\vec{N} = (\sin x, \sin z, \sin y)$

9. Rozkład prędkości prądu w rzece w funkcji odległości od środka rzeki dany jest wzorem:

$$v(x) = v_0 \left(1 - \frac{|x|}{L} \right),$$

gdzie L - połowa szerokości rzeki. Proszę scharakteryzować to pole prędkości.

10. Czy siła $\vec{F} = (2xz^2 - 2y, -2x - 6yz, 2x^2z - 3y^2)$ jest siłą zachowawczą? Jeżeli tak, to znaleźć odpowiadającą jej energię potencjalną. *Wskazówka. Wykorzystaj warunek konieczny potencjalności pola wektorowego oraz metody obliczania potencjału pola.*
11. Proszę sprawdzić, że wyrażenie $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$ jest rzeczywiście spełnione (definicja potencjału wektorowego), jeśli potencjał wektorowy pola magnetycznego o stałej wartości indukcji \vec{B}_0 (skierowanej np. wzdłuż osi z) jest wektorem $\vec{A} = -\frac{1}{2}(\vec{r} \times \vec{B}_0)$.

Uwaga 1. „Zbadaj/Scharakteryzuj” pole wektorowe oznacza: określ, czy jest wirowe/bezwirowe, źródłowe/bezźródłowe, potencjalne/niepotencjalne i ew. jaki jest kierunek wirowości, gdzie jest źródło itd.

Uwaga 2. Większość zadań pochodzi ze zbioru: A. Hennel, W. Szuszkiewicz „Zadania i problemy z fizyki. Tom 2”, łatwo dostępnego w bibliotekach lub internecie.