

# ZESTAW 11

MECHANIKA FHS-FT-1 S1

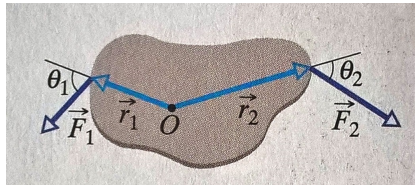
Kontakt: Radosław Strzałka, pok. 315/D10, mail: [strzalka@fis.agh.edu.pl](mailto:strzalka@fis.agh.edu.pl)

Zestawy dostępne pod adresem: [http://galaxy.agh.edu.pl/~strzalka/#dydaktyka#m\\_ft](http://galaxy.agh.edu.pl/~strzalka/#dydaktyka#m_ft)

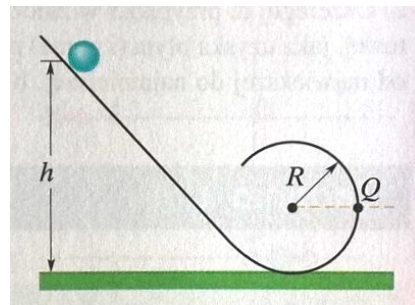
Tematyka: środek masy, moment siły, moment bezwładności, dynamika bryły sztywnej, toczenie z poślizgiem i bez poślizgu, energia mechaniczna przy toczeniu.

1. [por. Irodow 1.72.] Na stawie stoi nieruchoma tratwa o masie  $M$  z człowiekiem o masie  $m$ . Człowiek przebywa drogę  $l'$  z prędkością  $v'(t)$  względem tratwy i zatrzymuje się. Zaniedbując opór wody znaleźć:
  - (a) przesunięcie tratwy względem wody,
  - (b) prędkość tratwy względem wody w czasie wędrówki człowieka,
  - (c) poziomą składową siły  $\vec{F}$ , jaką człowiek działał na tratwę w czasie ruchu.
2. Znajdź współrzędne  $(x_{CM}, y_{CM})$  środka masy półkola o masie  $M$  i promieniu  $R$  (grubość zerowa).
3. Wprowadzić wielkości dynamiczne w ruchu obrotowym (moment bezwładności, moment siły, moment pędu), podać ich definicje. Znaleźć związek  $\vec{L} = I\vec{\omega}$  i sformułowanie II zasady dynamiki w ruchu obrotowym w postaci  $\vec{M}_w = \frac{d\vec{L}}{dt}$ , gdzie  $\vec{M}_w$  to wypadkowy moment sił.
- △ 4. [por. HRW Z.47/R.11] Ciało przedstawione na rys. 1a może obracać się wokół osi przechodzącej przez punkt O. Na to ciało działają dwie siły,  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ .
  - (a) Podaj wyrażenie na wypadkowy moment siły działający na to ciało.
  - (b) Ile wynosi moment siły, jeśli:  $r_1 = 1,30$  m,  $r_2 = 2,15$  m,  $F_1 = 4,2$  N,  $F_2 = 4,9$  N,  $\theta_1 = 75^\circ$ ,  $\theta_2 = 60^\circ$ ?
  - (c) Jaki musiałby być stosunek kątów, aby przy tych siłach i ramionach ciało pozostało w spoczynku?
- △ 5. Znajdź moment siły powodującej zmiany pędu kulki w rzucie poziomym (por. zad. 12 z Zestawu 8). Sprawdź słuszność drugiej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego w tym przypadku.
6. Proszę wyprowadzić moment bezwładności dla:
  - (a) układu 8 mas  $m$  umieszczonych w wierzchołkach sześciangu o boku  $a$ , względem osi 4-, 2- i 3-krotnej symetrii sześciangu. Odległości wierzchołków od głównej przekątnej wynoszą  $\sqrt{2/3}a$ , a od osi przechodzącej przez środki krawędzi –  $\sqrt{3}/2a$  i  $1/2a$  (spróbować samodzielnie je obliczyć).
  - (b) pręta o długości  $L$  i masie  $M$  względem osi obrotu przechodzących przez środek geometryczny pręta i jeden z jego końców. Na podstawie wyników proszę sprawdzić słuszność tw. Steinera.
  - (c) kuli o promieniu  $R$  i masie  $M$  względem osi przechodzącej przez jej środek.
7. Cienkościenna obręcz o masie  $m$  toczy się bez poślizgu po płaskim podłożu ze stałą prędkością liniową  $v_0$ . Ile wynosi energia kinetyczna obręczy? Jaką pracę wykonuje siła tarcia (statycznego) podczas toczenia? Jaką pracę wykonała wcześniej siła zewnętrzna, aby rozpedzić obręcz do prędkości  $v_0$  od spoczynku.
- ◇ 8. [HRW Z.12/R.12, por. Wolny 3.16] Mała kulka kamienna o masie  $m$  i promieniu  $r$  stacza się bez poślizgu po torze, zakończonym pętlą, pokazanym na rys. 1b. Kulka została puszczone swobodnie bez prędkości początkowej w pewnym punkcie prostoliniowego odcinka toru.
  - (a) Chcemy, aby kulka dotarła do najwyższego punktu pętli (pokonała pętlę). Z jakiej co najmniej wysokości  $h$  nad najniższym punktem toru należy ją puścić? Przyjmij, że promień pętli  $R \gg r$ .
  - (b) Oblicz składową poziomą siły działającej w punkcie  $Q$  na kulkę puszczone na wysokości  $6R$  nad najniższym punktem toru.
9. Bryła sztywna (kula, walec, sfera, cienkościenna obręcz) o momencie bezwładności  $I$  i promieniu  $R$  toczy się bez poślizgu z równi pochyłej o kącie nachylenia  $\alpha$ . Znajdź ogólny wzór na przyspieszenie liniowe i kątowe bryły, a także tarcie. Jaki warunek musi spełniać współczynnik tarcia, aby ruch bez poślizgu był możliwy? Podaj wyniki szczegółowe dla 4 wymienionych brył (momenty bezwładności do znalezienia w tablicach).
10. Kula o promieniu  $R$  toczy się w dół równi o nachyleniu  $\alpha$  i długości  $s$  z poślizgiem. Tarcie kinetyczne ma współczynnik  $\mu$ . Znajdź prędkość liniową i kątową kuli na dole równi oraz (\*) pracę wykonaną przez siłę tarcia w trakcie całego ruchu.
- ◇ 11. Proszę rozwiązać zad. 5 z Zestawu 5, jeśli bloczek jest walcem o masie  $M$  i promieniu  $R$ .

12. [Cedrik 2.64.] Jaką drogę przejdzie toczący się bez poślizgu krążek, wznoszący się w górę po równi pochyłej o kącie nachylenia  $30^\circ$ , jeżeli nadano mu prędkość początkową o wartości  $7 \text{ m/s}$  skierowaną wzdłuż równi? Jaki będzie czas wznoszenia krążka?
- 13. [Irodow 1.125.] Jednorodny walec o masie  $m$  i promieniu  $R$  (rys. 2a) w chwili  $t = 0$  zaczyna się opuszczać w dół pod wpływem siły ciężkości. Zaniedbując masę nici znaleźć:
- siłę naciągu każdej z nici i przyspieszenie kątowe walca, jeśli  $m = 8 \text{ kg}$ , a  $R = 1,3 \text{ cm}$ .
  - zależność mocy tego układu mechanicznego od czasu.
- 14. [Irodow 1.127.] Na płaszczyźnie poziomej leży szpulka nici o masie  $m$ . Moment bezwładności szpulki względem jej osi symetrii wynosi  $I = \beta m R^2$ , gdzie  $\beta$  jest stałą,  $R$  - zewnętrznym promieniem szpulki. Promień warstwy nawiniętych nici wynosi  $r$  ( $r < R$ ), a współczynnik tarcia między szpulką i płaszczyzną jest równy  $k$ . Do końca nici przyłożono stałą siłę  $F$ , tworzącą kąt  $\alpha$  z płaszczyzną (rys. 2b). Znaleźć:
- wartość i kierunek przyspieszenia osi szpulki, gdy toczy się ona bez poślizgu,
  - wartość siły  $F$ , przy której nie będzie jeszcze poślizgu (wartość graniczną siły),
  - pracę siły  $F$  przez pierwsze  $t$  s ruchu, jeśli nie ma poślizgu.

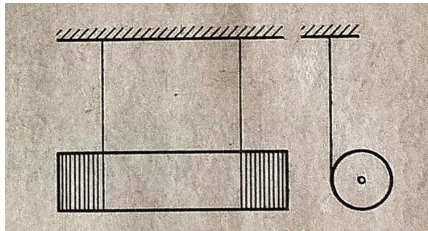


(a) rys. do zad. 4

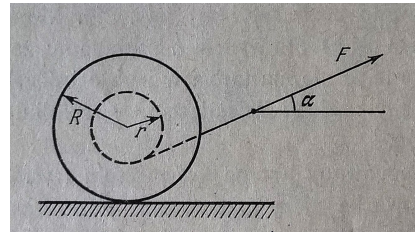


(b) rys. do zad. 8

Rysunek 1



(a) rys. do zad. 13



(b) rys. do zad. 14

Rysunek 2