ZESTAW 2

MECHANIKA I FIZYKA STATYSTYCZNA FIIS-MINWB-1 S1

Kontakt: Radosław Strzałka, pok. 315/D10, mail: `strzalka@fis.agh.edu.pl`
Zestawy dostępne pod adresem:
`http://galaxy.agh.edu.pl/~strzalka/#dydaktyka#mifs_minwb`
Tematyka: kinematyka: równanie ruchu; ruch, jednostajny, ruch jednostajnie zmienny; ruch 2D i 3D; rzuty; składanie prędkości.

1. Samochód, jadąc z prędkością o wartości $v_s = 72$ km/h, wyprzedza pociąg o długości $L = 200$ m i prędkości $v_p = 36$ km/h. Ile czasu zajmie mu wyprzedzanie? Jaką przejedzie przez ten czas drogę?

2. Jaka jest średnia prędkość samochodu, jeśli:
   (a) 1/3 drogi pokonuje z prędkością $v_1 = 30$ km/h, zaś resztę z prędkością $v_2 = 90$ km/h?
   (b) 1/3 czasu pokonuje z prędkością $v_1 = 30$ km/h, zaś resztę z prędkością $v_2 = 90$ km/h?

3. Samochód rozpędzony do prędkości $v_0 = 100$ km/h nagle hamuje awaryjnie do 0 na drodze $s = 80$ m. Jakie było opóźnienie samochodu i jak długo trwało hamowanie?

4. W wyścigu na 1 milę metryczną (1500 m) masz do dyspozycji 2 samochody sportowe. Pierwszy dysponuje przyśpieszeniem 4 m/s^2, ale jego prędkość maksymalna to „tylko” 216 km/h. Drugi natomiast ma przyśpieszenie 3 m/s^2, ale osiąga prędkość maksymalną 270 km/h. Odpowiedz na poniższe pytania:
   (a) Który samochód wygra wyścig ze startu wspólnego?
   (b) Jaki będzie czas zwycięzcy na mecie?
   (c) Ile razy (oprócz wspólnego startu) samochody spotkają się na torze?
   (d) Jaka jest największa odległość między samochodami w trakcie wyścigu?

5. Elektron porusza się wzdłuż osi x, a jego położenie dane jest zależnością od czasu $x(t) = 16\,t\,\mathrm{e}^{-t}$.
   (a) Podaj wyrażenia na prędkość i przyśpieszenie jako funkcje czasu.
   (b) W jakiej odległości od początku osi elektron znajduje się przez chwilę w bezruchu?
   (c) Naszkicuj wykres zależności $x(t)$ dla $t \in (0,\infty)$.

6. Ciało porusza się po prostej z przyśpieszeniem zależnym od czasu jak $a(t) = At$, gdzie $A = 2$ (w jakich jednostkach?). Wyprowadź równanie ruchu tego ciała, jeśli wiemy, że w 10. sekundzie ruchu ciało przecinało początek osi x z prędkością o wartości 5 m/s w kierunku dodatnim osi.

7.* Korzystając z własności pochodnej, proszę udowodnić, że wektor prędkości jest zawsze styczny do toru.

8. Punkt materialny porusza się tak, że jego wektor wodzący dany jest jedną z poniższych zależności od czasu. Dla każdego przypadku proszę znaleźć wektor prędkości $\vec{v}(t)$, zależność wartości prędkości od czasu $v(t)$ oraz wektor przyśpieszenia $\vec{a}(t)$. Określ rodzaj ruchu, jakim porusza się punkt w danym przypadku.
   (a) $\vec{r}(t) = \left[v_0t + bt^2,\ 2v_0t + 2bt^2,\ 0\right]$ $(v_0, b$ - stałe$)$
   (b) $\vec{r}(t) = \left[3v_0t,\ v_0t,\ H - \frac{1}{2}gt^2\right]$ $(v_0, H, g$ - stałe$)$
   (c) $\vec{r}(t) = [A\cos(\omega t),\ A\sin(\omega t),\ v_0t]$ $(A, \omega, v_0$ - stałe$)$

9. Równania ruchu dwóch punktów, obserwowanych z danego układu współrzędnych, wyglądają następująco: $\vec{r}_1(t) = (0{,}2{,}0) + (3{,}1{,}2)t + (1{,}1{,}0)t^2$ [m], $\vec{r}_2(t) = (1{,}0{,}1) + (0{,}2{,}1)t$ [m]. Proszę znaleźć jako funkcje czasu: odległość między punktami, prędkość oraz przyśpieszenie punktu drugiego względem pierwszego.

10. Z klifu o wysokości $h = 20$ m rzucamy poziomo kamień. Jaką prędkość v_0 musimy nadać kamieniowi, aby trafił on w puszkę ustawioną na dole w odległości $d = 10$ m od podnóża klifu? Jaką prędkość trzeba by nadać kamieniowi, aby trafić w puszkę, którą w tym samym momencie ktoś wyrzucił pionowo w górę z prędkością $v_1 = 1$ m/s, jeśli obiekty spotkały się na wysokości $h/2$?

11. Wychodząc z równań położenia ciała w rzucie ukośnym znajdź równanie toru w tym rzucie. Na podstawie równania toru wyprowadź wzory na wysokość maksymalną h_{max} i zasięg z rzutu. Te same wielkości oraz dodatkowo czas trwania rzutu t_r wylicz na podstawie równań położenia i prędkości. Znamy prędkość początkową v_0 oraz kąt wyrzutu α. Kiedy zasięg rzutu jest maksymalny? Jaki jest wówczas czas trwania rzutu?

12. Pod jakim kątem trzeba ustawić łódkę względem brzegu, aby czas dotarcia na drugą stronę rzeki był najkrótszy? Znamy szerokość rzeki, prędkość nurtu wody (stałą na całej szerokości rzeki) oraz szybkość łódki względem wody.

13. [Hennel I.25] Po rzece płynie łódka ze stałą względem wody prędkością v, prostopadłą do kierunku prądu. Woda w rzece płynie wszędzie równolegle do brzegów, ale wartość jej prędkości zależy od odległości od brzegów i dana jest wzorem:

$$v_w = v_0 \sin \frac{\pi y}{L},$$

gdzie v_0, L - stałe (L jest szerokością rzeki). Znaleźć:
- wartość wektora prędkości łódki względem nieruchomych brzegów,
- kształt toru łódki.

14. Cząstka porusza się w płaszczyźnie xy z prędkością: $v_x = At^2$, $v_y(t) = B\sqrt{t}$ (A, B - stałe). Proszę znaleźć równania ruchu dla warunków początkowych (w $t = 0$): $x(0) = 0$, $y(0) = 0$ oraz równanie toru tej cząstki.