

Instrukcja nr 5 – pole przepływowe

Część I. Wstęp. Gęstość prądu może zostać wyrażona następującą zależnością [1]:

$$\mathbf{j} = \frac{1}{2} \frac{N \lambda q_e^2}{m_e v_T} \mathbf{E}$$

gdzie: $\mathbf{E}$ – natężenie pola elektrycznego, N – liczba elektronów zawarta w jednostce objętości, q_e – ładunek elektronu, m_e – masa elektronu, λ – średnia droga swobodna elektronu, v_T – średnia prędkość wynikająca z pobudzenia termicznego.

syrekp@agh.edu.pl

Współczynnik:

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{N \lambda q_e^2}{m_e v_T}$$

nazywany jest **przewodnością elektryczną właściwą** lub **konduktywnością**. Jednostką przewodności elektrycznej jest: $\frac{S}{m}$.

Zatem związek pomiędzy gęstością prądu a natężeniem pola elektrycznego ma postać:

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$$

Równanie powyższe wyraża lokalną postać prawa Ohma. Zwane jest różniczkową postacią prawa Ohma¹.

W celu powiązania gęstości prądu z rozkładem potencjału elektrycznego, należy wykorzystać operator gradientu; wówczas:

$$\mathbf{j}(x, y, z) = \gamma \mathbf{E}(x, y, z) = \gamma \text{grad } V(x, y, z)$$

Związek pomiędzy przewodnością elektryczną a rezystywnością jest następujący:

$$\rho = \frac{1}{\gamma}$$

¹ Prawo sformułowane przez G.Kirchhoffa.

Tabela 1. Przewodność i rezystywność wybranych materiałów w temperaturze 20°C

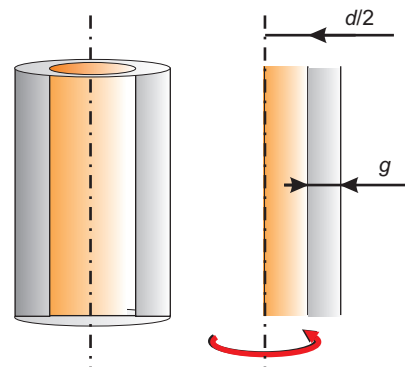
materiał	przewodność (S/m)	rezystywność (Ωm)
srebro	$61 \cdot 10^6$	
miedź	$55 \cdot 10^6$	
aluminium	$34 \cdot 10^6$	
woda pitna/deszczowa	0,001–0,050	20 – 1000
tkanki (np. mięśnie)	0,25–0,35	2,8 – 4
grunt bagnisty	0,020–0,025	40 – 50
grunt gliniasty	0,005–0,050	20 – 200
wilgotny żwir	0,002–0,005	200 – 500
grunt piaszczysty (suchy)	$0,5 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}$	do 2000

Część II. Zastosowanie pakietu Agros2D. Pole przepływowe.

Przykład 1. Rezystancja skośna przewodu.

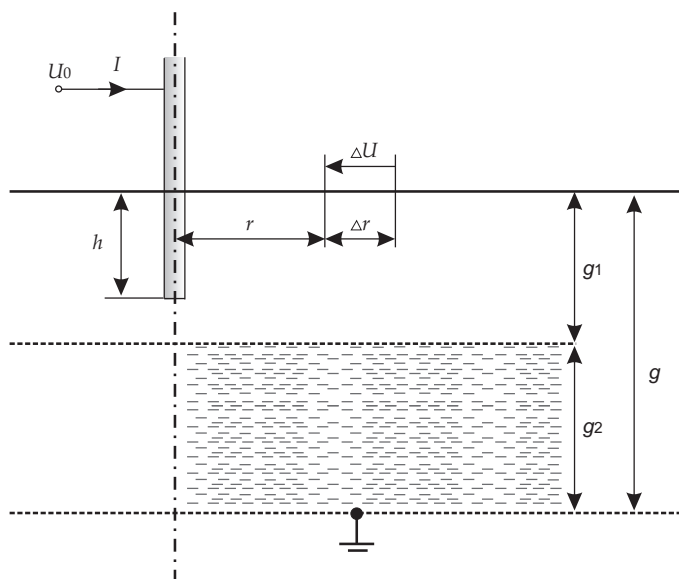
Wyznaczyć rezystancję skośną przewodu miedzianego w izolacji. Przyjąć następujące dane – średnica przewodu: $d/2 = 1,5 \text{ mm}$, grubość izolacji: $g = 0,4 \text{ mm}$, rezystywność izolacji: $\rho = 5 \cdot 10^9 \Omega\text{m}$ ($\gamma = 0,2 \cdot 10^{-9} \text{ Sm}^{-1}$).

Do obliczeń wykorzystać pakiet Agros2D. Wybrać nowy arkusz – zagadnienie „Pole prądu” (lub w wersji ang. „Current Field”). W ustawieniach ogólnych wybrać należy układ współrzędnych – osiowosymetryczny.



- Przyjąć odpowiednie do zagadnienia warunki brzegowe; opracować model geometryczny. Przyjąć do obliczeń długość przewodu adekwatną do wymiarów poprzecznych przewodu.
- Wyznaczyć rezystancję skośną przypadającą na jednostkę długości przewodu: $R_0 = \underline{\hspace{1cm}} \left[\frac{\Omega}{\text{m}} \right]$.
- Posłużyć się rezystancją skośną jednostkową w celu obliczenia rezystancji skośnej przewodu o długości 500 m.
- Porównać uzyskany rezultat z wynikami rozważań teoretycznych dla przyjętych danych.
- Przyjąć, że przenikalność elektryczna względna izolacji wynosi 3,5. Wyznaczyć współczynnik strat dielektrycznych: $\tan \delta = \frac{G}{\omega C}$. Przyjąć, że częstotliwość wynosi: $f = 50 \text{ Hz}$.

Przykład 2. Napięcie krokowe. Pręt aluminiowy (jak na rysunku) o średnicy 10 mm, wbity jest w ziemię na głębokość $h = 1$ m. Przyjąć, że *ziemia odniesienia*² jest na głębokości $g = 20$ m. Wyznaczyć napięcie krokowe ΔU (przy $\Delta r = 1$ m), w odległości $r = 3$ m od miejsca, w którym wbity jest pręt. Przyjąć, że pręt został zwarty ze źródłem napięcia o wartości skutecznej 230 V.



- Opracować odpowiedni model w programie Agros2D. Zadać odpowiednie warunki brzegowe. Wyznaczyć rozkład potencjału pola elektrycznego oraz rozkład gęstości prądu w analizowanym obszarze dla wybranej przewodności elektrycznej gruntu.
- Wyznaczyć napięcie krokowe w odległości r od pręta przy założeniu, że górna warstwa gruntu ma wysokość $g_1 = 2$ m i stanowi ją wilgotny żwir (dane z tabeli), a dolna warstwa to grunt gliniasty o wysokości: $g - g_1 = 18$ m.
- Porównać uzyskiwane wyniki w zależności od odległości zadanego brzegu obszaru od punktu, w którym wbity jest pręt (np. 10 m, 15 m, 20 m, 30 m, 50 m).
- Wyznaczyć napięcie krokowe w zależności od typu gruntów stanowiących kolejne warstwy. Zebrać wyniki w tabeli.

0–1 (m)	1–3 (m)	3–20 (m)	ΔU	I
grunt piaszczysty (suchy)	grunt gliniasty	grunt gliniasty		
wilgotny żwir	grunt gliniasty	grunt gliniasty		
grunt gliniasty	grunt gliniasty	grunt gliniasty		
grunt piaszczysty (suchy)	wilgotny żwir	grunt gliniasty		
wilgotny żwir	wilgotny żwir	grunt gliniasty		

Literatura

- Cieśla A.: *Elektrotechnika. Elektryczność i magnetyzm w przykładach i zadaniach*, AGH Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, Kraków, 2008.

² Komentarz podczas zajęć laboratoryjnych.