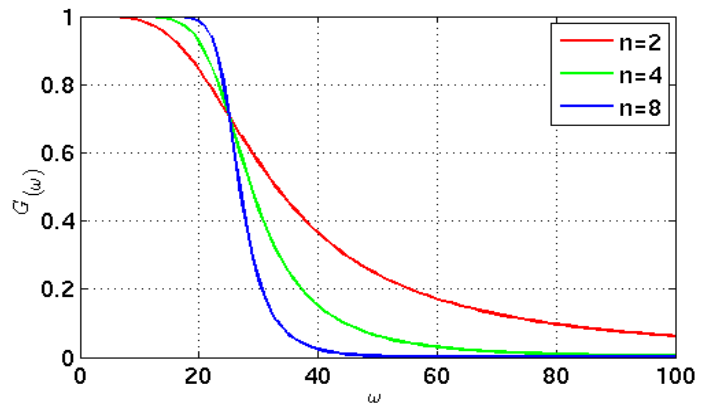


## Projektowanie cyfrowych filtrów IIR typu Buttherworth'a

Moduł charakterystyki częstotliwościowej filtru analogowego  $n$ -tego rzędu

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{j\omega}{j\omega_c}\right)^{2n}}}$$



**Z1.** Napisz skrypt, który narysuje moduł charakterystyki częstotliwościowej filtru analogowego o rzędzie  $n = 2, 4$ , i  $8$ , tak jak pokazano to na rysunku powyżej.

**Z2.** Korzystając z metody transformacji biliniowej zaprojektuj cyfrowy dolnoprzepustowy filtr Buttherworth'a o częstotliwości granicznej  $\omega_{3dB} = 0.8 \cdot \pi$  i rzędzie  $n=3$ .

Rozwiązanie powyższego zadania wymaga wykonania kilku kroków

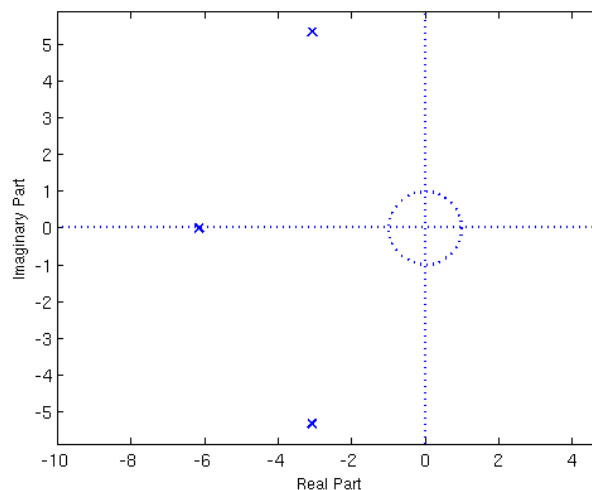
**K1.** wyznaczamy częstotliwość graniczną (3dB) filtru analogowego:

$$\omega_c = 2/T \operatorname{tg}(\omega_{3dB}/2)$$

**K2.** wyznaczamy bieguny analogowego filtru Buttherworth'a:

$$s_k = \omega_c e^{j\pi(1+2k)/2n} e^{j\pi/2}, \quad k=0, 1, \dots, n-1$$

korzystając z funkcji *zplane* rysujemy położenie wyznaczonych biegunów filtru analogowego

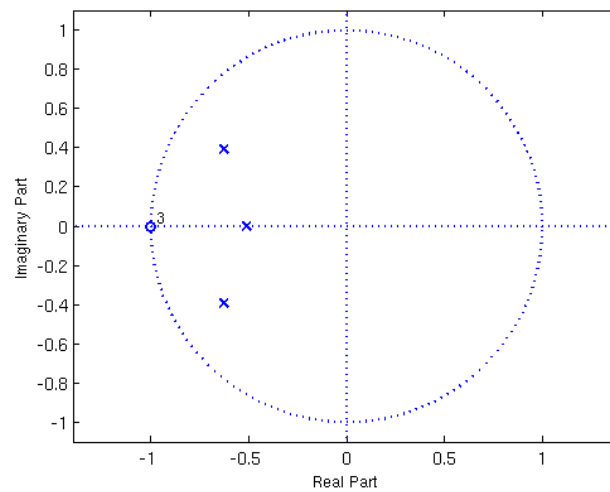


**K3.** Korzystając z transformacji biliniowej budujemy transmitancję filtru cyfrowego

$$H(z) = G_0 \frac{\prod_{k=1}^n (z - (-1))}{\prod_{k=1}^n (z - (2 + s_k)/(2 - s_k))}, \quad \text{gdzie czynnik} \quad G_0 = \prod_{k=1}^n (-s_k) / \prod_{k=1}^n (2 - s_k)$$

jest wzmocnieniem DC (dla  $\omega = 0$ ) filtra. Zera transmitancji  $H(z)$  są w miejscach  $z = -1$ , a bieguny

w  $(2+s_k)/(2-s_k)$ . Korzystając z funkcji *zplane* rysujemy położenie wyznaczonych zer i biegunów filtru cyfrowego.



**K4.** Korzystając z funkcji *poly* budujemy licznik i mianownik transmitancji  $H(z)$  filtru cyfrowego i wyznaczamy jego charakterystykę częstotliwościową. Sprawdzamy, czy dla częstotliwości granicznej  $\omega_{3dB} = 0.8 \cdot \pi$  wzmocnienie wynosi  $1/\sqrt{2}$ .

