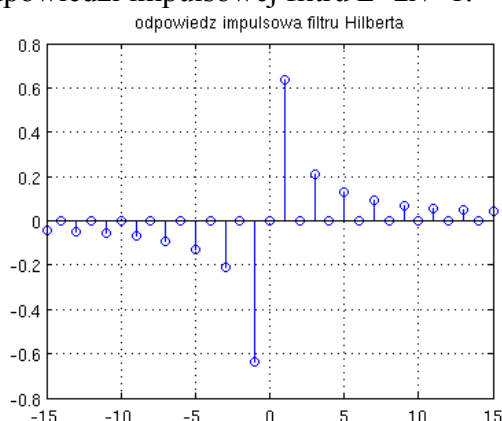


Transformata Hilberta, sygnał analityczny, demodulacja amplitudy i fazy

Z1. Napisać skrypt w języku Matlab (lub funkcję) wyznaczającą odpowiedź impulsową filtra Hilberta, wg równania:

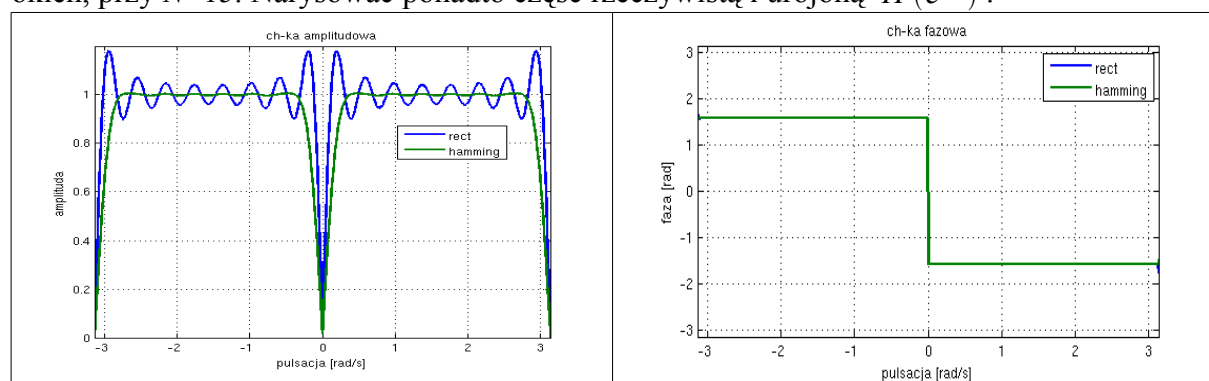
$$h_w(n) = \begin{cases} w(n) \frac{1}{\pi n} (1 - (-1)^n), & -N \leq n \leq N \text{ i } n \neq 0 \\ 0, & n = 0 \end{cases},$$

gdzie $w(n)$ jest funkcją okna czasowego (hamming, blackman, itp.). N – określa długość odpowiedzi impulsowej filtra $L=2N+1$.



Z2. Korzystając ze wzoru $H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-N}^N h(n) e^{-j\omega n}$,

wyznaczyć ch-kę amplitudową i fazową filtra Hilberta. Cha-ki wyznaczyć dla różnych funkcji okien, przy $N=15$. Narysować ponadto część rzeczywistą i urojoną $H(e^{j\omega})$.



Zwrócić uwagę, że zmienna ω jest ciągła, więc w przypadku realizacji komputerowej wartości tej funkcji wyznaczamy tylko dla wybranych dyskretnych wartości.

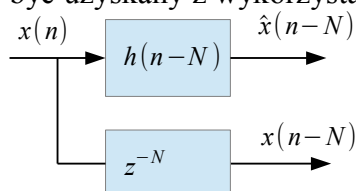
Ponieważ wyznaczana funkcja $H(e^{j\omega})$ jest zespolona, to zwykle przedstawia się jej przebieg w postaci dwóch wykresów: modułu *abs*, zwanego ch-ką amplitudową, i argumentu *angle*, zwanego ch-ka fazową.

Uwaga: zwróć uwagę i przekonaj się doświadczalnie, że funkcja $H(e^{j\omega})$ jest okresowa.

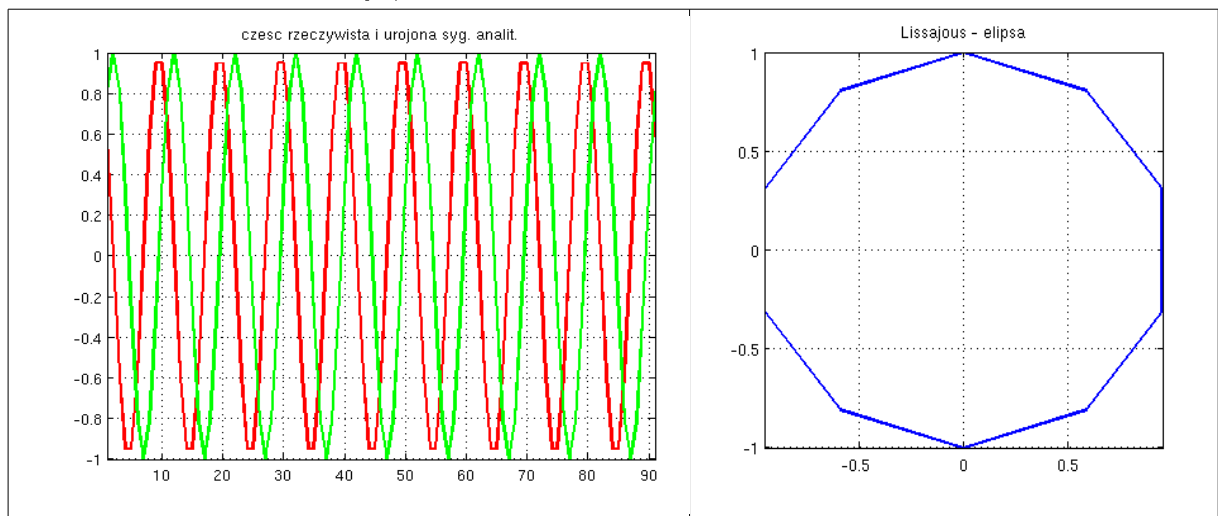
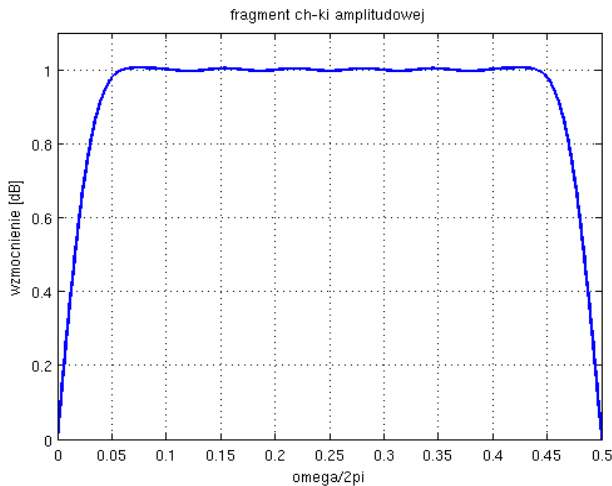
Z3. Korzystając z wyników poprzednich zadań, napisać program wyznaczający sygnał analityczny odpowiadający danemu sygnałowi rzeczywistemu. Sygnał analityczny definiowany jest poniższym wzorem

$$x_+(n) = x(n) + j \hat{x}(n)$$

i może być uzyskany z wykorzystaniem filtra Hilberta $h(n)$ zgodnie z poniższym schematem.



Dla celów zadania, jako sygnał rzeczywisty $x(n)$ przyjąć przebieg kosinusoidalnie zmienny o pulsacji unormowanej równej $2\pi \cdot 0.1$ rad/s, a następnie $2\pi \cdot 0.12$ rad/s.



Z4. Demodulacja amplitudy. Załóżmy, że dany jest sygnał

$$x(n) = A(n) \cos(\omega_0 n), \quad A(n) \geq 0 \quad (1)$$

i poszukujemy wartości $A(n)$, która jest funkcją wolnozmienną i stanowi obwiednię sygnału $x(n)$. Zadanie to można łatwo rozwiązać mając do dyspozycji tzw. sygnał analityczny odpowiadający sygnałowi (1):

$$x_+(n) = x(n) + j \hat{x}(n) = A(n) \cos(\omega_0 n) + j A(n) \sin(\omega_0 n)$$

Wtedy

$$|x_+(n)| = \sqrt{(\Re \{x_+(n)\})^2 + (\Im \{x_+(n)\})^2} = A(n) \sqrt{\cos^2(\omega_0 n) + \sin^2(\omega_0 n)} = A(n)$$

W zadaniu przyjąć, że częstotliwość unormowana przebiegu $A(n)$ jest równa $2\pi \cdot 0.005$ rad/s. Jako częstotliwość kątową nośnej przyjąć: 1) $2\pi \cdot 0.05$ rad/s, oraz 2) $2\pi \cdot 0.1$ rad/s. Wyjaśnić czym spowodowana jest różnica w jakości pracy demodulatora przy dwóch różnych częstotliwościach nośnej.

