

Z1. Zaprojektować filtr silnie wzmacniający sygnał o częstotliwość $\omega_0 = \pi/4$. Zrobić rysunek pokazujący rozmieszczenie zer i biegunów transmitancji filtra. Zapisać transmitancję filtra korzystając z ogólnej jej postaci, gdzie d_k są biegunami, zaś c_k zerami transmitancji:

$$H(z) = K \frac{\prod_{k=1}^N (1 - c_k z^{-1})}{\prod_{k=1}^M (1 - d_k z^{-1})} = z^{-N+M} K \frac{\prod_{k=1}^N (z - c_k)}{\prod_{k=1}^M (z - d_k)},$$

W rozwiązaniu należy wykorzystać funkcję *poly* oraz *conj*. Można też wykorzystać plik: *iir_zl_dane.m*

Korzystając z funkcji *freqz* wyznaczyć ch-kę częstotliwościową zaprojektowanego filtra. Następnie korzystając z funkcji *filter* wyznaczyć odpowiedź impulsową zaprojektowanego filtra (odpowiedź na pobudzenie sygnałem o postaci $d = [1, 0, 0, \dots]$).

Uwaga: funkcja *poly* jako argument otrzymuje wektor miejsc zerowych wielomianu i zwraca jego współczynniki, np. *poly*([1, 2]) zwraca [1, -3, 2], bo. $(x-1)(x-2) = 1 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 2$.

W algorytmach przetwarzania sygnałów stosowane są wielomiany Laurenta, gdzie występuje zmiennej z^{-1} . Zauważmy, że elementy wektora [1, 2] są również miejscami zerowymi wielomianu Laurenta zmiennej z^{-1} :

$$(1 - 1 \cdot z^{-1})(1 - 2 \cdot z^{-1}) = 1 - 3 \cdot z^{-1} + 2 \cdot z^{-2}$$

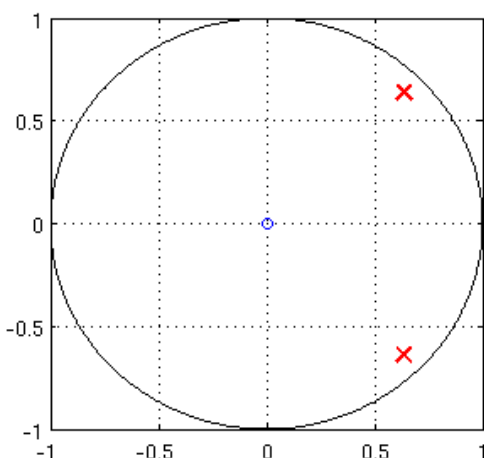
Dlatego funkcję *poly* można bezpośrednio wykorzystać do wyznaczania współczynników transmitancji układu, które mogą być użyte przez np. funkcję *filter*(*B*, *A*, *x*), która stosuje następującą notację dla współczynników *b* i *a*:

$$a(1)*y(n) = b(1)*x(n) + b(2)*x(n-1) + \dots + b(Nb+1)*x(n-Nb) - a(2)*y(n-1) - \dots - a(Na+1)*y(n-Na),$$

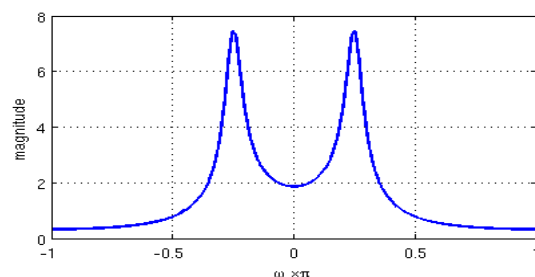
tj. współczynnik wielomianu $A(z^{-1})$ lub $B(z^{-1})$ przy z^{-n} jest na $(n+1)$ miejscu wektora *A* lub *B*, bo Matlab indeksuje od 1.

$$\text{Zauważ, że: } (1 - d_1 z^{-1})(1 - d_2 z^{-1}) = z^{-2} (z - d_1)(z - d_2) = \frac{(z - d_1)(z - d_2)}{z^2}.$$

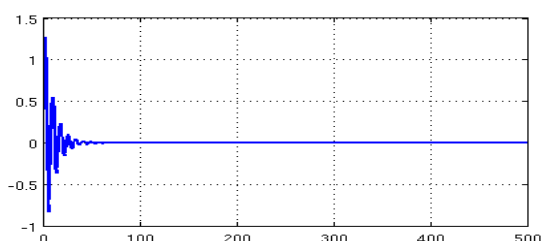
W oparciu o powyższe spostrzeżenie, wytłumacz obecność podwójnego zera w transmitancji filtra pierwszego (tj. tego którego rozkład zer i biegunów pokazano poniżej).

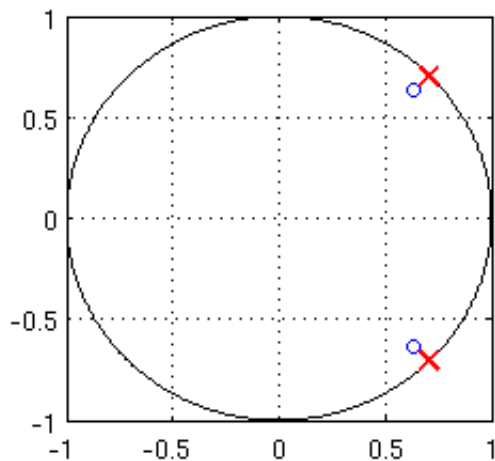


o – zero, x – biegun

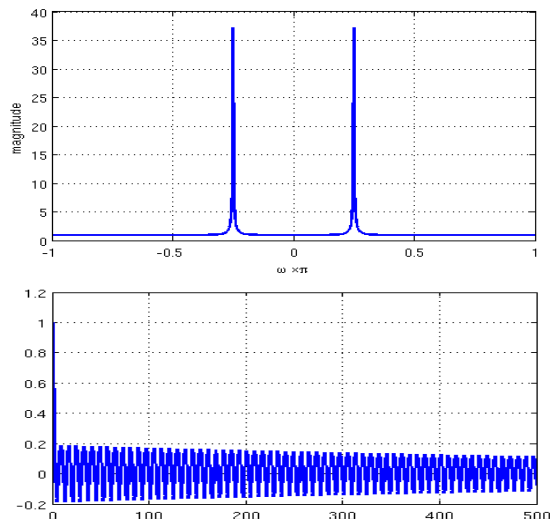


Ch-ka w skali liniowej narysowana wg zad 2. (*freqz* rysuje połowę w skali log)





o – zero, x – biegun



Z2. Korzystając z funkcji *polyval* oraz poniższego wzoru wyznaczyć ch-ki częstotliwościowe filtrów z poprzedniego zadania. Porównać uzyskane wyniki z wynikiem funkcji *freqz*.

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{M-1} z^{-(M-1)}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{N-1} z^{-(N-1)}}, \quad H(e^{j\omega}) = \frac{b_0 + b_1 e^{-j\omega} + \dots + b_{M-1} e^{-j\omega(M-1)}}{a_0 + a_1 e^{-j\omega} + \dots + a_{N-1} e^{-j\omega(N-1)}},$$

przy czym $a_0 = 1$.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{K-1} b(k)x(n-k) - \sum_{k=1}^{M-1} a(k)y(n-k)$$

Uwaga: funkcja *freqz*(*B*, *A*) wyznacza wartość $H(z) = B(z)/A(z)$ dla z leżących na okręgu jednostkowym ($z = e^{j\omega}$). Współczynniki wielomianów $B(z)$ i $A(z)$ uporządkowane są w następujący sposób: $B = [b_0, b_1, b_2, \dots]$, $A = [a_0, a_1, a_2, \dots]$.

Funkcja $Y = \text{polyval}(P, X)$ wyznacza wartość wielomianu o współczynnikach zadanych wektorem $P = [p_0, p_1, p_2, \dots]$, dla wartości podanych w wektorze X , tj.

$$Y = p_0 x^N + p_1 x^{N-1} + \dots + p_{N-1}$$

Wykorzystanie funkcji *polyval* do wyznaczania ch-ki częstotliwościowej układu wymaga: (1) odwrócenia kolejności elementów wektorów zawierających współczynniki transmitancji układu (funkcja *fliplr*), (2) wyznaczenia wartości wielomianu dla $x = e^{-j\omega}$, przy ω zmieniającym się w zakresie od $-\pi$ do π .

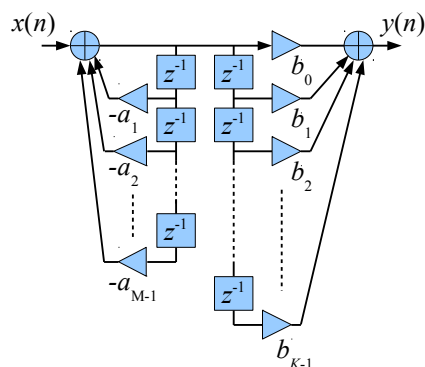
Z3. Zaprojektować filtr silnie tłumiący sygnał (tzw. notch) o częstotliwość $f_0 = 990\text{Hz}$, częstotliwość próbkowania 8000Hz . Zrobić rysunek pokazujący rozmieszczenie zer i ewentualnych biegunów transmitancji filtra. Wyznaczyć odpowiedź impulsową zaprojektowanego filtra.

Z4. Wyznaczyć zera i bieguny układu dyskretnego o poniższej transmitancji. Czy układ jest stabilny?

$$H(z) = \frac{(z^{-1} - j)(z^{-1} + j)}{(z^{-1} + 0.5 - 0.5j)(z^{-1} + 0.5 + 0.5j)}$$

Z5. Napisać procedurę implementującą (wg poniższego schematu blokowego) filtry IIR z zadania **Z1** (najpierw ten tylko z biegunami, a potem z zerami i biegunami). Porównać jej

działanie z funkcją *filter*, a następnie wykorzystać do wyznaczenia odpowiedzi impulsowych filtrów zaprojektowanych w z zadaniu **Z1**.



Z6. Narysować: charakterystyki częstotliwościowe i odpowiedzi impulsowe filtrów o niżej podanych transmitancjach. Następnie określić położenie miejsc zerowych licznika i mianownika transmitancji. Stwierdzić czy filtr jest stabilny, czy nie.

$$H_1(z) = \frac{1}{(1 + 0.5z^{-1})}, \quad H_2(z) = \frac{1}{(0.5 + z^{-1})}.$$

Z7. Używając funkcji Matlab (buttord, butter) do projektowania filtrów IIR zaprojektować filtr pasmowo przepustowy na częstotliwości $W_p = [700 \ 800]$, $W_s = [650 \ 850]$ Hz przy częstotliwości próbkowania 2000 Hz, zafalowaniach ch-ki amplitudowej w paśmie przenoszenia $R_p = 0.1$ dB oraz tłumienie $R_s = 40$ dB.