

Zestaw 1 - całki nieoznaczone (całkowanie przez podstawienie i przez części)

W Zestawach dotyczących całek będziemy często korzystać ze skryptu „Metody obliczania całek” autorstwa M.Stukowa i B.Szepietowskiego, dostępnego pod tym linkiem:

http://inf.ug.edu.pl/kierunkizamawiane/materialy.matematyka/calcki_f.pdf

1. Proste całki: Skrypt, zadania **1.28-1.34** (str. 11-12).
2. Całkowanie przez podstawienie: Skrypt, zadania **2.41-2.48** (str. 25-26). Ponadto korzystając z metody całkowania przez podstawienie obliczyć następujące całki nieoznaczone:

$$1) \int x e^{-x^2} dx,$$

$$2) \int x \sqrt{a^2 - x^2} dx,$$

$$3) \int e^{\sqrt{x}} dx,$$

$$4) \int \operatorname{ctg} x dx,$$

$$5) \int \operatorname{tg} x dx,$$

$$6) \int \frac{1}{x \ln x} dx,$$

$$7) \int \frac{3x+5}{x^2+1} dx,$$

$$8) \int \frac{\ln^5 x}{x} dx,$$

$$9) \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x + 3}}{\cos^2 x} dx,$$

$$10) \int \frac{x}{\sqrt[4]{2x^2+7}} dx,$$

$$11) \int \frac{1+\sqrt{\operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x} dx,$$

$$12) \int \frac{x^3}{1+x^8} dx,$$

$$13) \int \frac{5x}{\sqrt{1+x^4}} dx,$$

$$14) \int x(2x^2 + 3)^n dx, \quad n \in \mathbb{N},$$

$$15) \int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx,$$

$$16) \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx,$$

$$17) \int \frac{\cos x}{1+4 \sin^2 x} dx,$$

$$18) \int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx,$$

$$19) \int \frac{\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg}^4 x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx,$$

$$20) \int \sin^3 x \cos x dx,$$

$$21) \int \frac{\sqrt{5 \ln x + 7}}{x} dx,$$

$$22) \int \frac{\cos x}{\sqrt{5+3 \sin x}} dx,$$

$$23) \int \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln(\sin x)} dx,$$

$$24) \int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x \ln x} dx,$$

- 25) $\int \frac{1}{\sqrt{x(x+1)}} dx,$
- 26) $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx,$
- 27) $\int \frac{1}{\sqrt{1+e^{2x}}} dx,$
- 28) $\int \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)} dx,$
- 29) $\int \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x}} dx,$
- 30) $\int \frac{1}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x} dx.$

3. Całkowanie przez części. Skrypt, zadania **3.25-3.28** (str. 38). Ponadto stosując wzór na całkowanie przez części obliczyć następujące całki nieoznaczone:

- 1) $\int x \sin x dx,$
- 2) $\int x \cos x dx,$
- 3) $\int x e^x dx,$
- 4) $\int x e^{-x} dx,$
- 5) $\int x 3^x dx,$
- 6) $\int x \arctan x dx,$
- 7) $\int \arccos x dx,$
- 8) $\int \arcsin x dx,$
- 9) $\int x \operatorname{tg}^2 x dx,$
- 10) $\int x \cos^2 x dx,$
- 11) $\int x \ln(x^2 + 1) dx,$
- 12) $\int x^3 e^x dx,$
- 13) $\int x^3 \sin x dx,$
- 14) $\int x^2 \cos^2 x dx,$
- 15) $\int \ln x dx,$
- 16) $\int \ln^2 x dx,$
- 17) $\int (\arcsin x)^2 dx,$
- 18) $\int \sin \ln x dx,$
- 19) $\int \cos \ln x dx,$
- 20) $\int \sqrt{k + x^2} dx,$
- 21) $\int x^2 e^x \sin x dx,$
- 22) $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx,$
- 23) $\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx,$
- 24) $\int x^2 \cos 4x dx,$
- 25) $\int \frac{x \ln(x + \sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} dx,$
- 26) $\int \arctan \sqrt{x} dx,$
- 27) $\int \frac{x e^{\arctan x}}{\sqrt{(1+x^2)^3}} dx.$