

Aproksymacja sygnału okresowego przy użyciu FFT

Tomasz Chwiej

22 maja 2018

1 Generowanie sygnału zaszumionego

Naszym zadaniem będzie zastosowanie FFT do odsumienia sygnału periodycznego. Sygnał zaszumiony generujemy zgodnie z poniższym algorytmem:

a) sygnał okresowy nie zaszumiony ma postać

$$y_0(i) = \sin(\omega \cdot i) + \sin(2\omega \cdot i) + \sin(3\omega \cdot i) \quad (1)$$

gdzie: $i = 0, 1, \dots, N - 1$ - numer próbki sygnału (numer elementu w wektorze),

$$\omega = 2 \frac{2\pi}{N} \quad (2)$$

$N = 2^k$ to ilość wygenerowanych próbek sygnału

b) tworzymy zmienną losową imitującą szum

$$\Delta = 2 \cdot \left(\frac{\text{rand}()}{\text{RAND_MAX} + 1.0} \right) - 1 \quad (3)$$

która jest liczbą pseudolosową o rozkładzie równomiernym w przedziale $(-1,1]$

c) sygnał zaszumiony konstruujemy następująco

$$y(i) = y_0(i) + \Delta \quad (4)$$

wyznaczając wartość Δ dla każdego indeksu i z osobna

2 Wyznaczanie transformaty sygnału - FFT

a) FFT liczymy przy użyciu procedury

`gsl_fft_complex_radix2_forward(double dane[], size_t stride, size_t N)`

a transformację odwrotną

`gsl_fft_complex_radix2_backward(double dane[], size_t stride, size_t N)`

z biblioteki `GSL`, gdzie:

- b) Tablica **dane**[] to wektor typu **double** o długości $2 \cdot N$ ($N = 2^k$), w którego parzystych komórkach ($j = 2 \cdot i$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$) wpisujemy wartości rzeczywiste sygnału dla kolejnych chwil czasowych $t_i = dt \cdot i$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$, a w sąsiadujących komórkach nieparzystych ($j = 2 \cdot i + 1$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$) część urojoną (jeśli jest różna od zera - w naszym przypadku jest zerem).
Uwaga: w tablicy **dane zapisana zostanie transformata (wariant: forward) lub transformata odwrotna (wariant: backward).**
- c) Transformację wykonujemy na komórkach $dane[i+stride]$. Jeśli $stride > 1$ to zazwyczaj poddajemy transformacji funkcję dwóch lub więcej zmiennych. Przyjmujemy $stride = 1$ (1D).
- d) W programie dołączamy pliki nagłówkowe **gsl_errno.h** i **gsl_fft_complex.h**.

3 Zadania do wykonania

1. Wygenerować zaszumiony sygnał (część rzeczywista) i zapisać go do wektora typu **double**. Długość wektora wynosi $N = 2^k$, kolejno dla $k = 8, 10, 12$.
2. Wyznaczyć transformatę sygnału korzystając z biblioteki **GSL**.
3. Dla $k = 8$ sporządzić rysunek pokazujący część rzeczywistą i urojoną transformaty oraz rysunek pokazujący wartości modułów współczynników transformaty.
4. Dla każdego k przeprowadzić dyskryminację sygnału na poziomie $\max |c_k|/2$ tj. wyzerować te współczynniki transformaty (części rzeczywiste i urojone) które nie przekraczają tego progu.
5. Po dyskryminacji wyznaczyć transformatę odwrotną a otrzymany sygnał unormować dzieląc go przez N .
6. Dla każdego k wykonać po dwa rysunki: a) sygnału zaburzonego i odszumionego oraz b) sygnału niezaburzonego i odszumionego
7. W sprawozdaniu proszę przeanalizować uzyskane wyniki i określić wpływ częstości próbkowania na końcowy wynik.

Przykładowe wyniki dla $k = 8$:

