

# Aproksymacja wielomianowa

Zadanie: Dokonać aproksymacji wielomianowej przykładowej funkcji. Jaki to ma związek z hordą zombie? Nie mam pojęcia. Jest strajk scenarzystów. Poproście ChatGPT by wam coś wymyślił.

Funkcja do aproksymacji:

$$f(x) = -0.25x^3 - 0.5x^2 + 5x + 5 + \delta$$

gdzie  $\delta$  to dodatkowy błąd liczony jako  $\delta = 5(\text{rand}() - 0.5)$ .

Aproksymację dokonujemy wielomianem trzeciego rzędu zgodnie z algorytmem podanym na wykładzie.

## Zadania do wykonania:

1. Aproksymować funkcję!

No dobra... bardzo przyśpieszony sposób jak aproksymować funkcję, ale spójrzcie na wykład by wiedzieć co i dlaczego:

Jeżeli wektor  $y_i$  zawiera znane wartości aproksymowanej funkcji dla położenia zawartych w wektorze  $x_i$  i chcemy aproksymować go wielomianem rzędu  $m-1$ , naszą aproksymowaną funkcję (a) możemy zapisać w postaci macierzowej jako:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{m-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{m-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{m-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_{m-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}\mathbf{b} = \mathbf{y}$$

Ponieważ jeszcze nie znamy wartości wektora  $\mathbf{b}$  a macierz  $\mathbf{X}$  nie jest kwadratowa nie możemy po prostu rozwiązać tego problemu. Ale możemy wszystko pomnożyć przez  $\mathbf{X}'$ :

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{b} = \mathbf{X}'\mathbf{y}$$

$$\mathbf{D}\mathbf{b} = \mathbf{r}$$

$\mathbf{D} = \mathbf{X}'\mathbf{X}$  i jest macierzą  $m \times m$ , a  $\mathbf{r}$  jest  $m$  elementowym wektorem, tak więc nie ma już problemu by rozwiązać taki układ równań.

Teraz trzeba jedynie policzyć wartości aproksymowanej funkcji korzystając z pierwszego równania w tym akapicie.

### Zadania do wykonania:

1. Oblicz wartości funkcji  $f(x)$  dla  $n=11$ , równo rozłożonych węzłów w przedziale od -5 do 5.
2. Stwórz/oblicz macierze  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{D}$  oraz wektor  $\mathbf{r}$ .
3. Rozwiąż układ równań liniowych by wyznaczyć parametry wielomianu aproksymacyjnego. Policz wartości funkcji aproksymacyjnej.
4. W sprawozdaniu zaprezentuj wykresy prezentujące wartości aproksymowanej funkcji na tle danych początkowych dla  $n=11$ , 51 i 101. Porównaj otrzymane parametry wielomianu z wartościami rzeczywistymi.