

TRANFORMACJA GALILEUSZA I LORENTZA

Założenia mechaniki klasycznej

1. Przestrzeń jest euklidesowa
2. Przestrzeń jest izotropowa
3. Prawa ruchu Newtona są słuszne
w układzie inercyjnym na Ziemi
4. Obowiązuje prawo powszechnego ciężenia

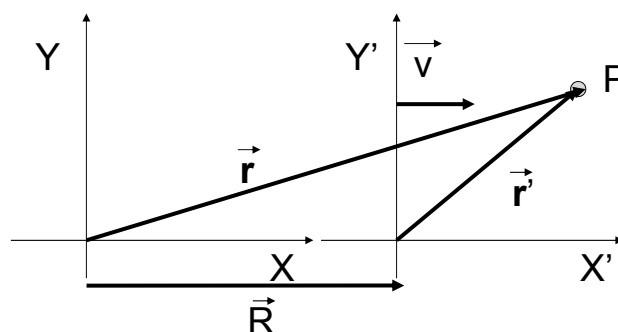
TRANSFORMACJA GALILEUSZA

Założenia:

- Dwa układy inercjalne
- Czas płynie jednakowo w obu układach
- Osie i początki układów pokrywały się w chwili $t=0$
- Układ S' porusza się względem S ze stałą prędkością \vec{v} wzdłuż osi OX

TRANSFORMACJA GALILEUSZA

$$\vec{r}' + \vec{R} = \vec{r} \quad \longrightarrow$$



$$x' = x - v t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

SKŁADANIE PRĘDKOŚCI

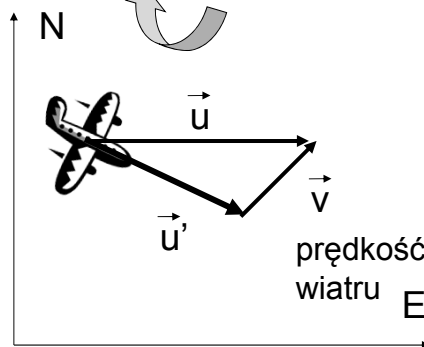
prędkość cząstki w
układzie S'

$$\vec{u}' + \vec{v} = \vec{u}$$

prędkość cząstki w
układzie S

Przykład:

Pilot chcąc lecieć dokładnie na wschód kieruje samolot nieco na południowy wschód, gdyż samolot jest znoszony przez wiatr wiejący w kierunku północno-wschodnim



ZADANIE DOMOWE 4.1

Prędkość samolotu (z poprzedniego przykładu) względem powietrza unoszonego przez wiatr ma wartość 215 km/h i jest skierowana pod kątem θ na południe od kierunku wschodniego. Prędkość wiatru względem ziemi ma wartość 65 km/h i jest skierowana pod kątem 20° na wschód od kierunku północnego. Jaka jest wartość prędkości samolotu względem ziemi i ile wynosi kąt θ ?

Na podstawie transformacji prędkości:

$$\vec{u}' + \vec{v} = \vec{u}$$

otrzymujemy:

$$\vec{a}' = \vec{a}$$

Obserwatorzy w różnych układach odniesienia, poruszających się względem siebie ze stałą prędkością, rejestrują takie samo przyspieszenie poruszającej się cząstki

Podstawowe prawa fizyki zachowują niezmienną postać w dwóch układach odniesienia, do których stosuje się transformacja Galileusza czyli układach inercjalnych – niezmienniczość Galileusza (hipoteza)

Jeżeli: $\vec{F} = m \vec{a}$ to: $\vec{F}' = m \vec{a}'$



ale: $\vec{a}' = \vec{a}$ \Rightarrow $\vec{F}' = \vec{F}$

Obserwatorzy w różnych układach odniesienia, poruszających się względem siebie ze stałą prędkością, rejestrują taką samą siłę działającą na cząstkę

TRANSFORMACJA LORENTZA

Założenia:

1. Prędkość światła nie zależy od ruchu źródła światła lub odbiornika czyli jest jednakowa we wszystkich układach odniesienia, pozostających w ruchu jednostajnym prostoliniowym względem źródła.
2. Przestrzeń jest jednorodna i izotropowa.
3. Podstawowe prawa fizyki są identyczne dla każdej pary obserwatorów, znajdujących się względem siebie w ruchu jednostajnym prostoliniowym

ZADANIE DOMOWE 4.2

1. W jakim eksperymencie wykazano, że prędkość światła nie zależy od względnego ruchu źródła i obserwatora? Przygotować opis tego eksperymentu i wyjaśnić co oznaczają pojęcia: eter, interferometr, efekt Dopplera
2. W jakich wcześniejszych eksperymentach wyznaczano prędkość światła?

Wyprowadzenie transformacji Lorentza

- Niech S będzie układem odniesienia, w którym znajduje się źródło światła w spoczynku.
- Źródło światła znajduje się w początku układu S i w chwili $t=0$ rozpoczyna się emisja.
- Równanie kulistego czoła fali przyjmuje postać:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

x, y, z – współrzędne przestrzenne, t – czas,

c – prędkość światła równa ok. $3 \cdot 10^8$ m/s

- Położenie i czas mierzone przez obserwatora w inercjalnym układzie S' poruszającym się względem S z prędkością V oznaczmy x', y', z', t'
- Załóżmy dla $t=0, t'=0$ i początek układu S' znajduje się w tym samym punkcie co źródło w układzie S w chwili początkowej
- Dla obserwatora w układzie S' równanie kulistego czoła fali ma postać:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

ZADANIE DOMOWE 4.3

Wykazać, że transformacja Galileusza w postaci:

$$x' = x - Vt; \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

przestaje być słuszną, tj. nie pozwala na zachowanie niezmienniczości czoła fali

- Szukamy transformacji, która byłaby prosta dla y' i z' oraz liniowa względem x i t .
- Musimy odrzucić założenie, że $t=t'$
- Propozycja: $x' = x - Vt; \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t + fx$

- Gdy podstawimy do: $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$

otrzymamy: $x^2 - 2xVt + V^2 t^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 + 2c^2 f t x + c^2 f^2 x^2$

gdy $f = -\frac{V}{c^2}$ wyrazy zawierające xt znikają

- Otrzymujemy wyrażenie:

$$x^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)$$

- Aby usunąć niepożądany mnożnik $(1 - v^2/c^2)$ przyjmujemy transformację w postaci:

$$x' = \frac{x - Vt}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2}} \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \frac{t - (V/c^2)x}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

Transformacja Lorentza

Wykład 4

2012/2013, zima

15

Konsekwencje transformacji Lorentza

- Skrócenie długości pręta poruszającego się równoległe do swej długości

$$L = L_0 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2} \quad L_0 - \text{długość własna}$$

- Dylatacja czasu tj wydłużenie odstępów czasu mierzonych przez zegar będący w ruchu

$$t' = \frac{\tau}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2}} \quad \tau - \text{czas własny}$$

Wykład 4

2012/2013, zima

16

ZADANIE DOMOWE 4.4

Wiadomo, że mezon π^+ rozpada się na mezon μ^+ i neutrino. W układzie, w którym mezon π^+ spoczywa, ma on średni czas życia przed rozpadem równy około $2.5 \cdot 10^{-8}$ s. Jaki będzie czas życia wiązki mezonów π^+ obserwowany w układzie laboratoryjnym, jeżeli wiązka ta ma prędkość $v=0.9c$?

ZADANIE DOMOWE 4.5

1. Korzystając z transformacji Lorentza pokazać, że przechodzi ona w transformację Galileusza dla prędkości $v \ll c$.
2. Wyprowadzić wzory transformujące składowe prędkości cząstki z układu S do S'
3. Wykazać, że zjawiska jednoczesne w jednym układzie inercjalnym odniesienia S nie są na ogół równoczesne w innym inercjalnym układzie odniesienia S' poruszającym się z prędkością V względem S . Jest to konsekwencja transformacji Lorentza.

PODSUMOWANIE

- Transformacja Galileusza opiera się na założeniu, że czas płynie jednakowo w inercjalnych układach odniesienia i dotyczy obiektów poruszających się z prędkościami dużo mniejszymi od prędkości światła.
- Transformacja Lorentza zakłada, że prędkość światła jest taka sama we wszystkich inercjalnych układach odniesienia
- Konsekwencjami transformacji Lorentza są między innymi: nowe spojrzenie na równoczesność zjawisk, skrócenie długości, dylatacja czasu oraz inne zasady składania prędkości
- Transformacja Galileusza wynika z transformacji Lorentza przy założeniu małej prędkości