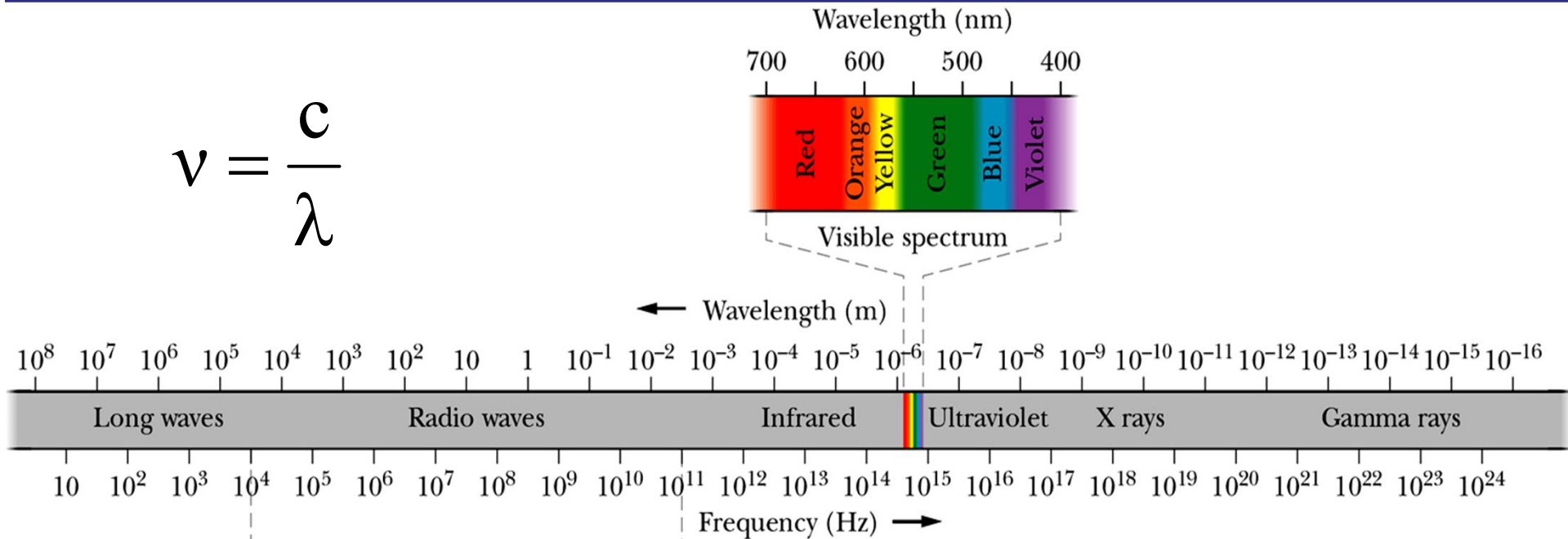


Światło – jako fala

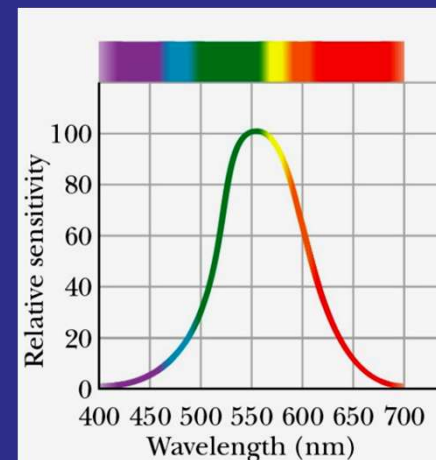
Fala elektromagnetyczna – widmo promieniowania

$$v = \frac{c}{\lambda}$$

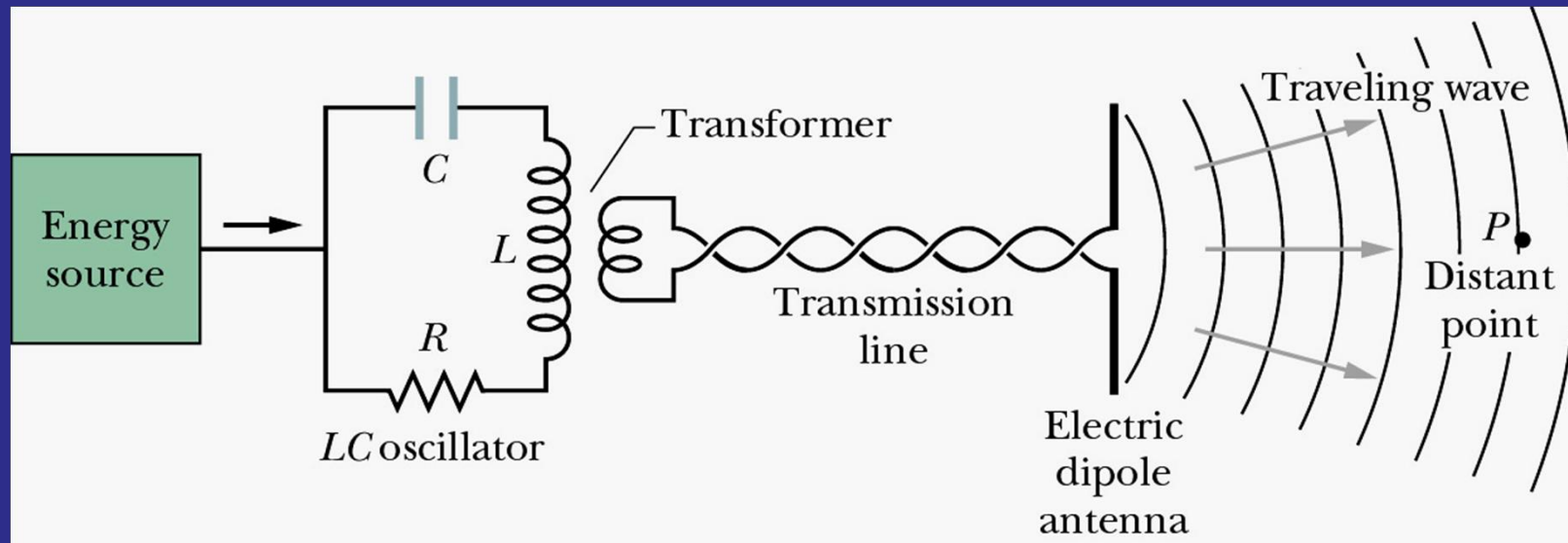


Czułość oka ludzkiego w zakresie widzialnym

2015/16, sem. letni



Wytwarzanie fali elektromagnetycznej o częstotliwościach radiowych



$$E(x, t) = E_m \sin(kx - \omega t)$$

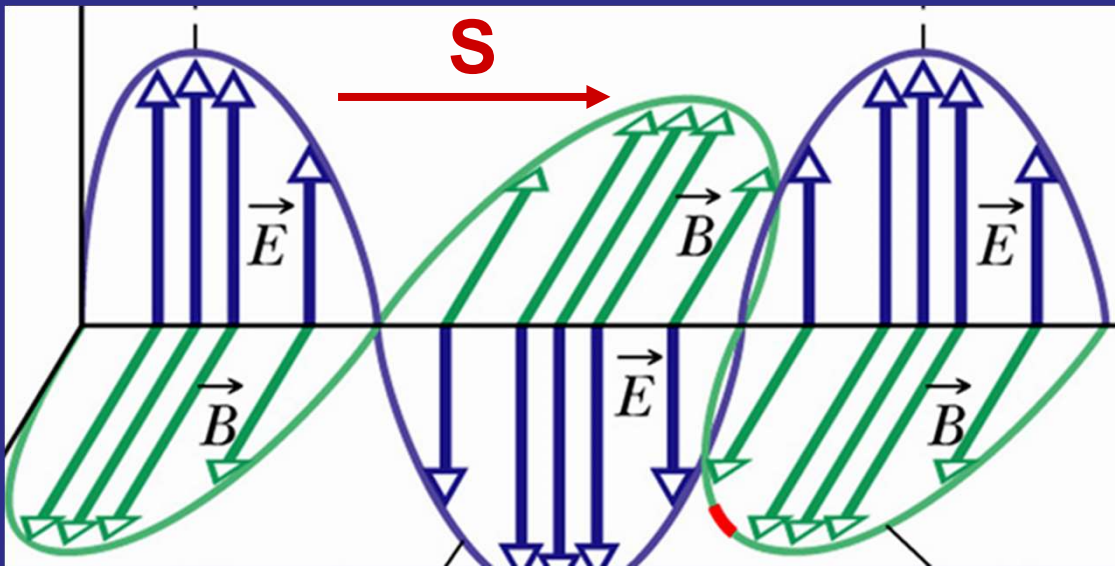
$$B(x, t) = B_m \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{E_m}{B_m} = c$$

$$\frac{E}{B} = c$$

H. Hertz (1888)
doświadczalne
potwierdzenie
istnienia fal EB

Fala elektromagnetyczna– przepływ energii i wektor Poyntinga



Definicja wektora Poyntinga

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

Kierunek wektora Poyntinga jest kierunkiem rozchodzenia się fali i kierunkiem przepływu energii

Natężenie fali elektromagnetycznej

Wartość wektora Poyntinga wiąże się z szybkością, z jaką energia fali przepływa przez jednostkową powierzchnię w danej chwili. Średnia wartość wektora Poyntinga jest natężeniem fali elektromagnetycznej.

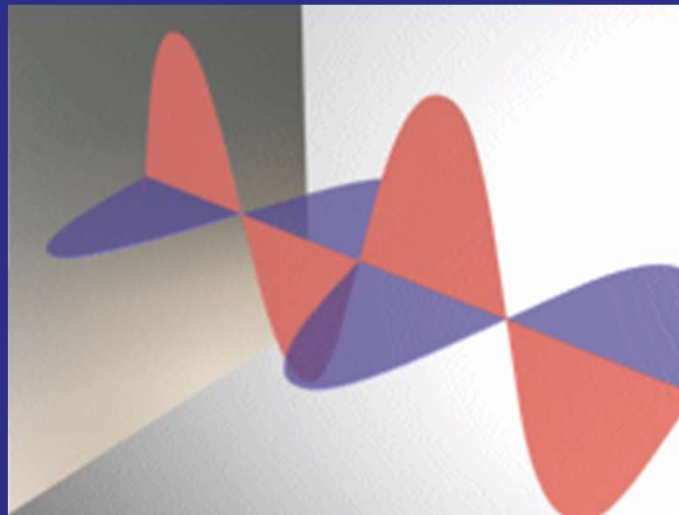
chwilowa szybkość
przepływu energii

$$S = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \mathbf{B} = \frac{1}{c \mu_0} E^2$$

natężenie fali
elektromagnetycznej

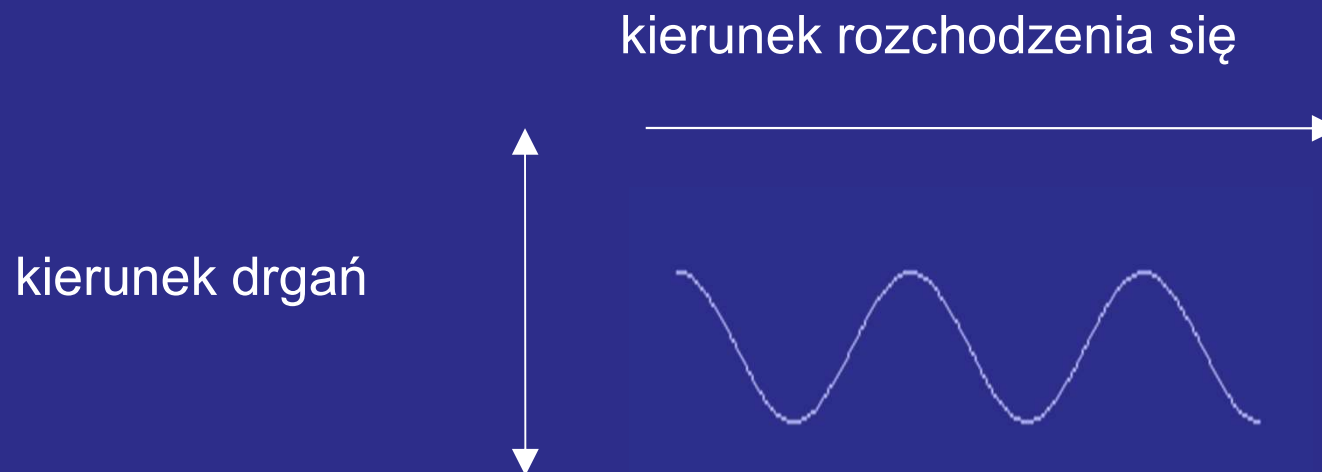
$$I = S_{\text{śr}} = \frac{1}{2c \mu_0} E_m^2$$

Fala elektromagnetyczna (zaburzenie pola E i B)
rozchodzi się w próżni – nie jest potrzebny ośrodek
materialny

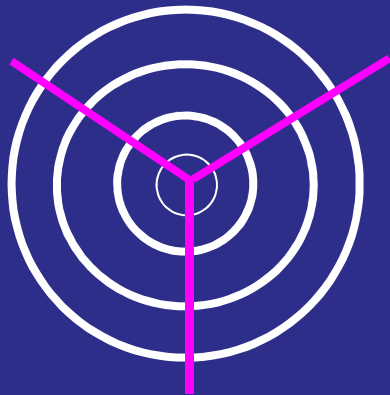


Doświadczenie Michelsona-Morleya, 1887 – „eter świetlny” nie istnieje

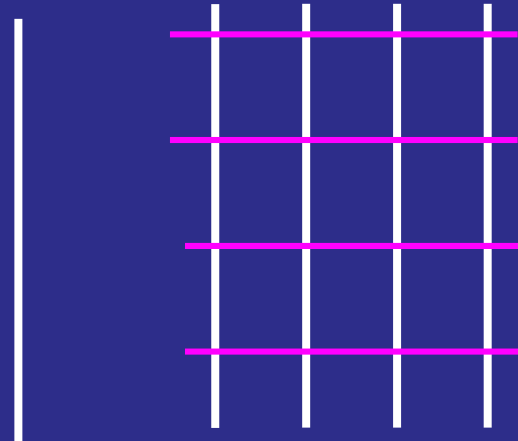
Ze względu na zależność pomiędzy kierunkiem drgań i kierunkiem rozchodzenia się fale dzielimy na **podłużne** (gdy kierunki są zgodne) oraz **poprzeczne** (gdy kierunki są prostopadłe). Fale EB są poprzeczne.



INNY PODZIAŁ FAL



czoło fali promień fali



Ze względu na kształt czoła fali, wyróżniamy m.in. **fale kuliste** i **płaskie**. Czoło fali jest to powierzchnia łącząca punkty w tej samej fazie zaburzenia

Od czego zależy prędkość fali?

Prędkość fali mechanicznej określa bezwładność i sprężystość ośrodka

Przykład 1. Prędkość fali w strunie.

Bezwładność: masa na jednostkę długości $\mu = M/L$ [kg/m]

Sprężystość: siła naprężająca strunę T [kg m/s²]

Analiza wymiarowa daje jako jedyną kombinację:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Prędkość fali mechanicznej w ciele stałym:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

moduł Younga

gęstość

Prędkość fali akustycznej w gazie:

$$B = - \frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

moduł ścisłości

gęstość

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$$

ciśnienie

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

Prędkość fali elektromagnetycznej w próżni:

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m / s}$$

Wynika z teorii (równań Maxwella)

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

stałe uniwersalne

$$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H / m}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F / m}$$

w ośrodku

$$v = \frac{c}{n}$$

n - współczynnik
załamania ośrodka

OGÓLNE RÓŻNICZKOWE RÓWNANIE FALI

Wzór $y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$

przypomina rozwiązanie równania oscylatora harmonicznego

A jakie równanie naprawdę rozwiązuje?

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 y_m \sin(kx - \omega t) = -\omega^2 y$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 y_m \sin(kx - \omega t) = -k^2 y$$

$$\omega = vk$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

OGÓLNE RÓŻNICZKOWE RÓWNANIE FALI

3D

Zaburzenie jest opisywane funkcją $\Psi(x,y,z,t)$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

czyli

$$\Delta \Psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

Operator różniczkowy Laplace'a (laplasjan)

$$\Delta = \nabla \circ \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

PODSTAWOWE ZJAWISKA FALOWE:

- interferencja
- dyfrakcja
- polaryzacja

ale także: załamanie, rozszczepienie (dyspersja), odbicie, transmisja, absorpcja

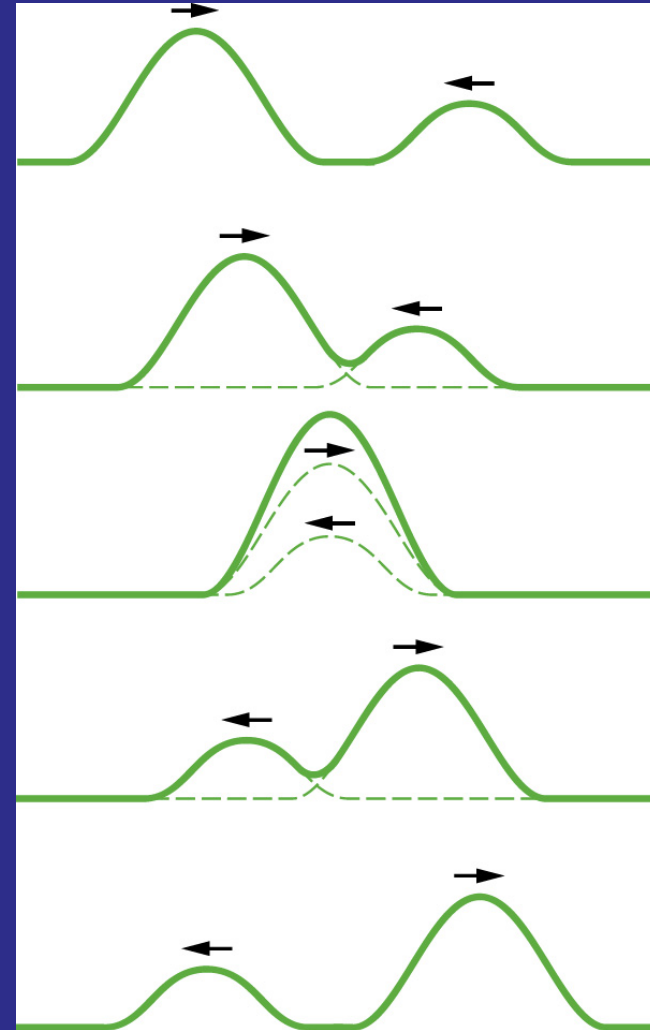
Zjawiska są wspólne dla wszystkich rodzajów fal

ZASADA SUPERPOZYCJI FAL

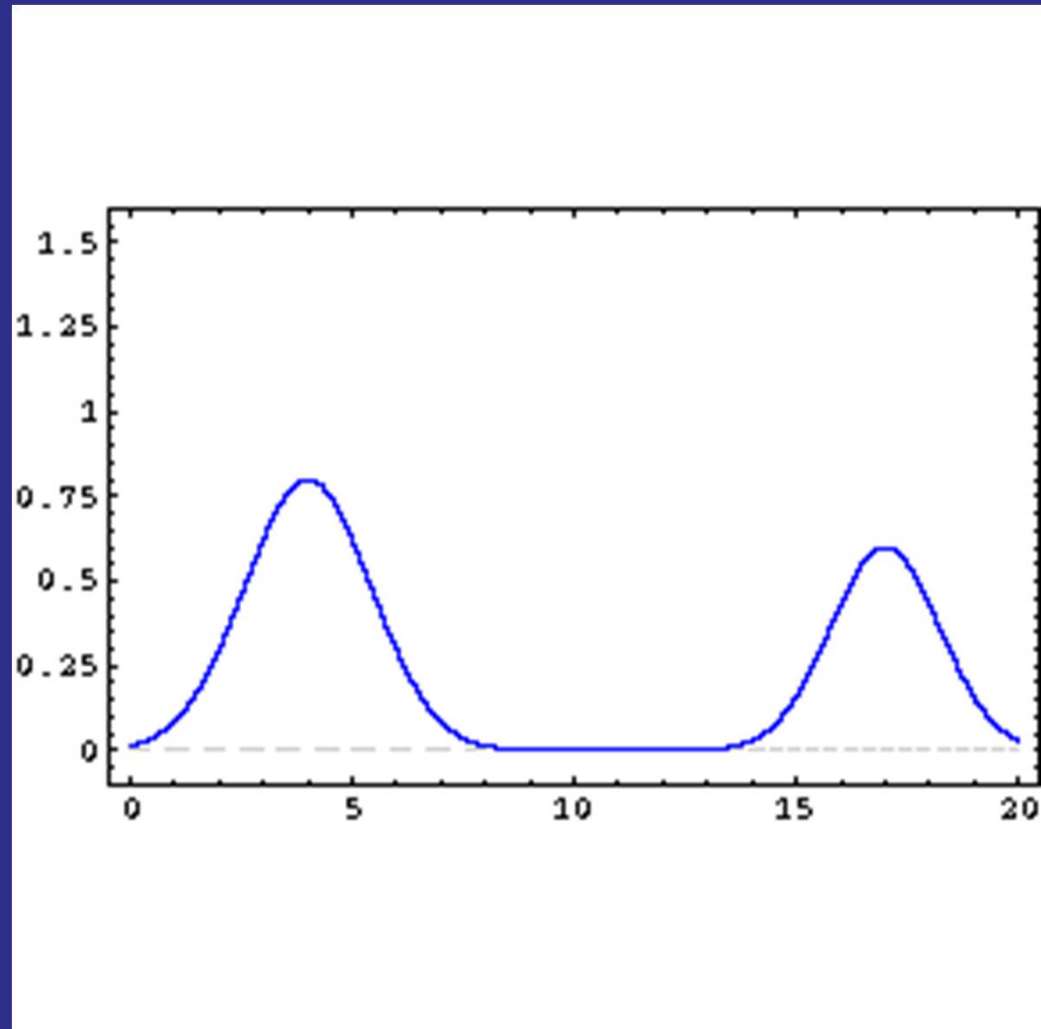
Często się zdarza, że dwie lub więcej fal przechodzi równocześnie przez ten sam obszar. Fale te nakładają się, w żaden sposób nie wpływają na siebie wzajemnie a zaburzenia dodają się algebraicznie tworząc **falę wypadkową**.

$$y_w(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

2015/16, sem. letni

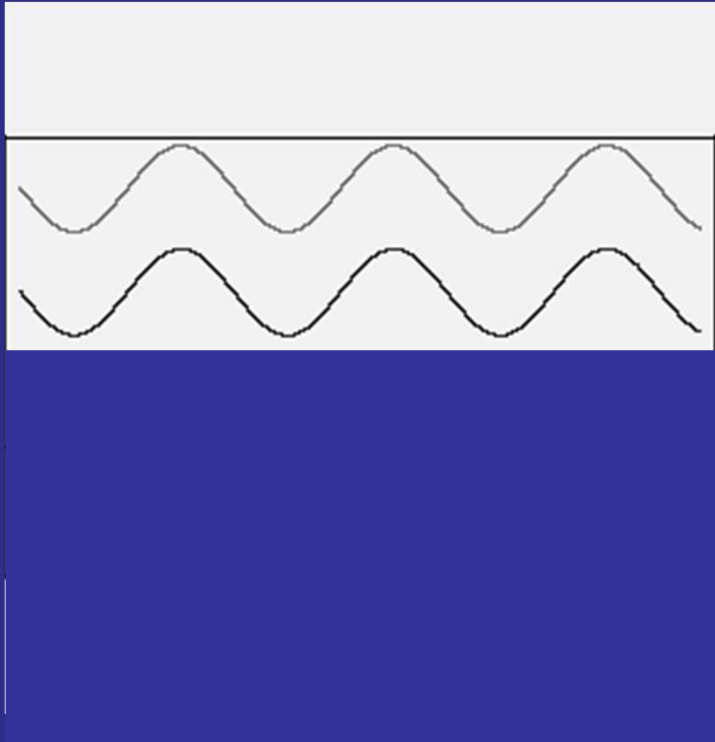


Demonstracja

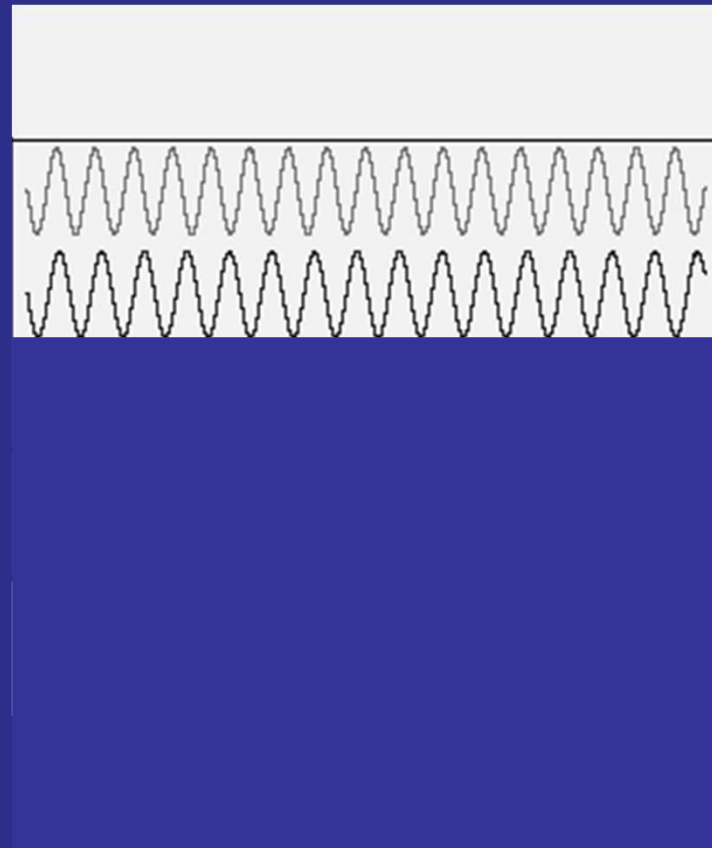


Skutki superpozycji fal

Wzmocnienie (interferencja konstruktywna) lub osłabienie (interferencja destruktywna)



Dudnienia (nakładanie się fal o bardzo zbliżonych częstościach)



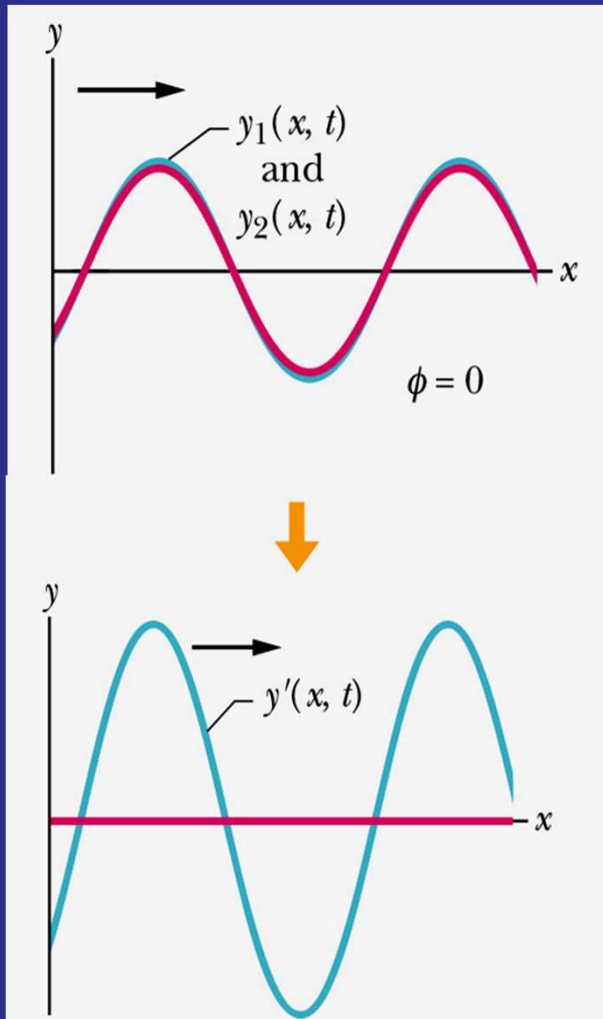
Interferencja

Zakładamy, że dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w tym samym kierunku. Fale te interferują ze sobą dają wypadkową falę sinusoidalną biegnącą w tym samym kierunku. Amplituda fali wypadkowej zależy od względnej różnicy faz fal interferujących.

$$y_1(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$y = y_1(x, t) + y_2(x, t) = \underbrace{\left[2y_m \cos \frac{1}{2} \varphi \right]}_{\text{amplituda}} \sin\left(kx - \omega t + \frac{1}{2} \varphi\right)$$

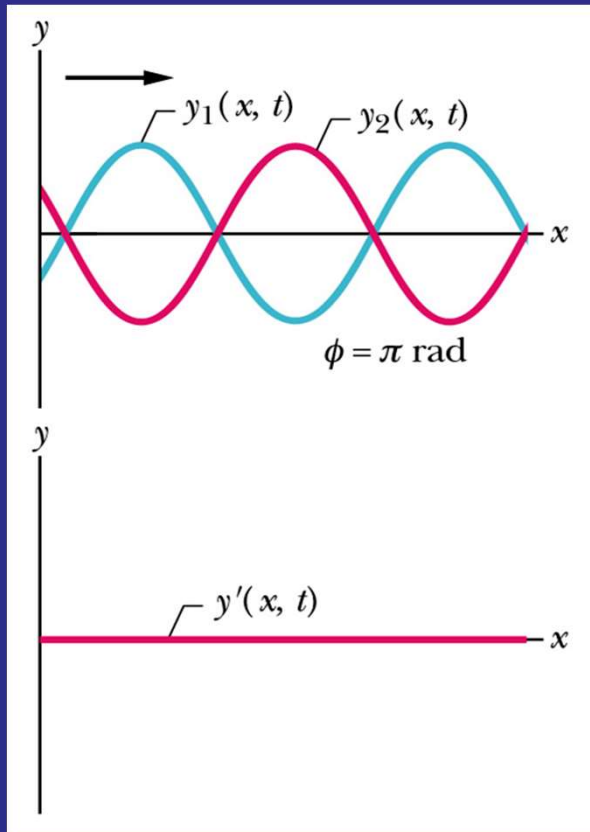


Interferencja konstruktywna (wzmocnienie) występuje, gdy fazy są zgodne, tj. gdy $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

Amplituda wypadkowa jest dwukrotnie większa niż amplituda każdej z fal interferujących

$$y'_m = 2y_m \cos \frac{1}{2} \phi = 2y_m$$

Natężenie fali wypadkowej jest czterokrotnie większe niż natężenie każdej z fal interferujących



Interferencja destruktywna – całkowite wygaszenie, gdy fazy są przeciwne, tj. gdy $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

Amplituda i natężenie fali wypadkowej wynoszą zero

$$y'_m = 2y_m \cos \frac{1}{2} \phi = 0$$

Przypomnienie: Podobny efekt obserwowaliśmy przy nakładaniu drgań zachodzących wzdłuż jednej prostej

Metoda wektora wirującegogo - wskazzy

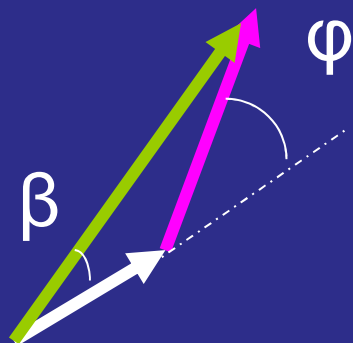
Wskaz jest wektorem, którego długość jest równa amplitudzie fali. Wektor ten obraca się wokół początku układu współrzędnych z prędkością kątową równą częstości fali ω .

$$y_1(x, t) = y_{m1} \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x, t) = y_{m2} \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

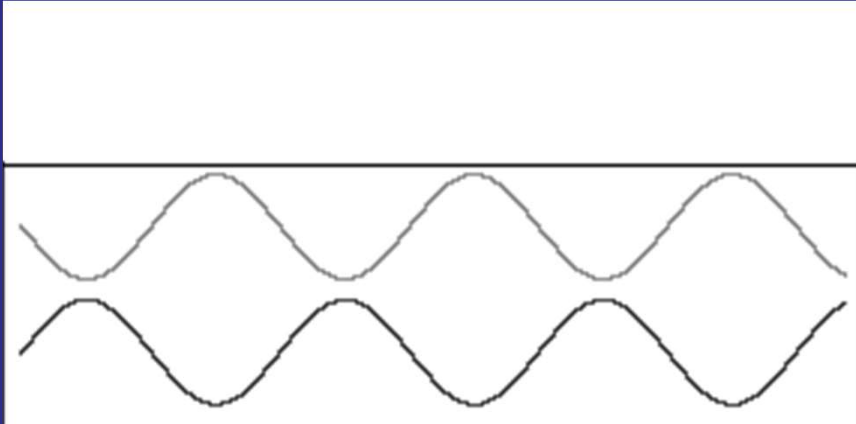
Wynik interferencji – wynik dodawania wskazów

$$y'(x, t) = y'_m \sin(kx - \omega t + \beta)$$



Metodą wskazów można się posługiwać nawet gdy amplitudy fal interferujących są różne

Fala stojąca



Fala stojąca powstaje gdy dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w przeciwnym kierunku.

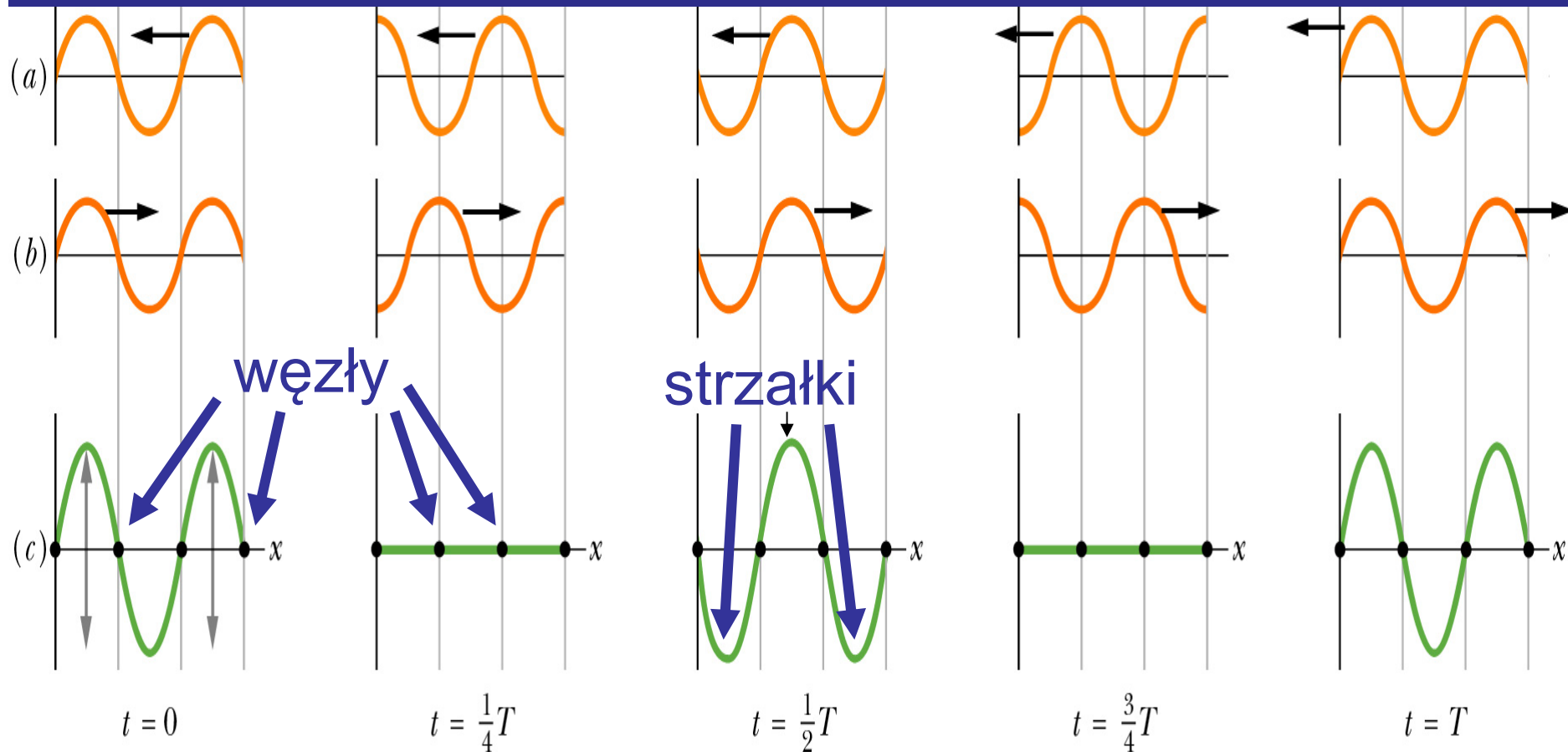
$$y_1(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

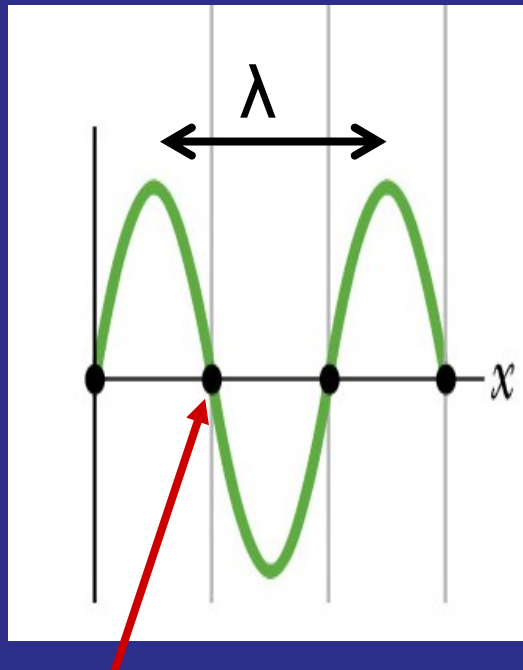
$$y_2(x, t) = y_m \sin(kx + \omega t)$$

Można pokazać, że

$$y = y_1 + y_2 = \underbrace{[2y_m \sin kx]}_{\text{amplituda fali}} \cos(\omega t)$$

Fala stojąca





położenie węzła dla $n'=1$

Położenia węzłów są opisane relacją:

$$x = n' \frac{\lambda}{2}$$

gdzie $n'=0,1,2,\dots$

Rezonans występuje, gdy przy pewnych częstościach w wyniku interferencji powstaje fala stojąca o dużej amplitudzie

Struna wykazuje rezonans przy pewnych częstościach zwanych częstościami rezonansowymi

Rezonans

Narzucając warunki brzegowe kwantujemy długość fali i częstotliwość
warunki brzegowe:

dla $x=0$ $y=0$ i dla $x=L$ $y=0$ (węzły na końcach struny)

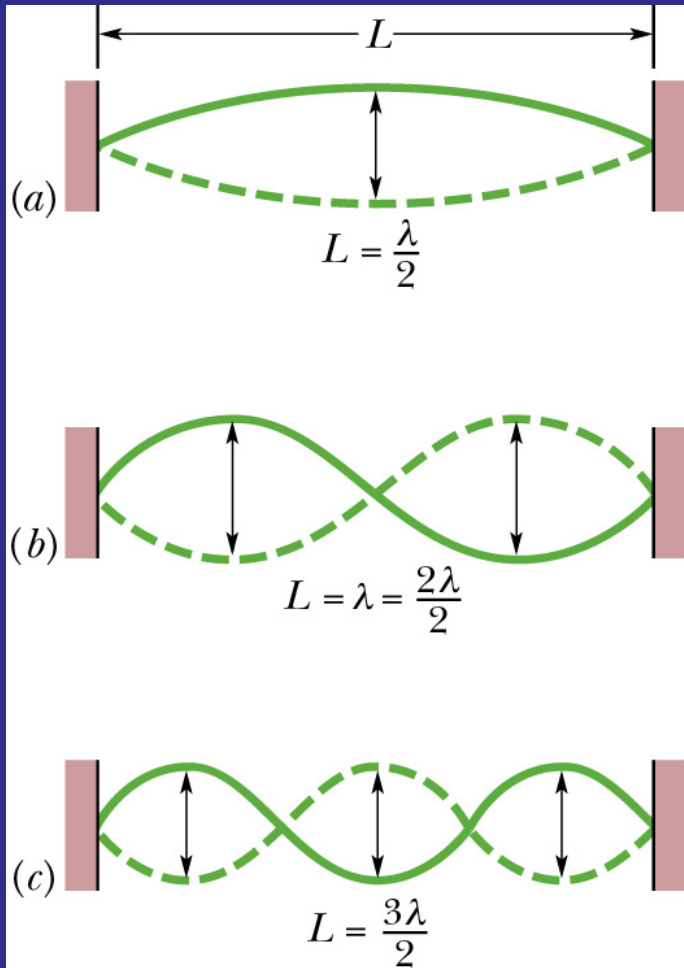
warunek kwantyzacji długości fali:

$$\lambda_{n'} = \frac{2L}{n'} \quad \text{gdzie } n'=1,2,3,\dots$$

warunek kwantyzacji częstotliwości:

$$\gamma_{n'} = n' \frac{v}{2L}$$

prędkość fali



Częstości rezonansowe są całkowitymi wielokrotnościami najniższej częstotliwości – częstotliwości podstawowej γ_1

$$\gamma_1 = \frac{v}{2L}$$

Drganie własne o częstotliwości podstawowej nazywamy modem podstawowym lub pierwszą harmoniczną

Szereg harmoniczny czyli zbiór wszystkich możliwych drgań własnych opisany jest przez

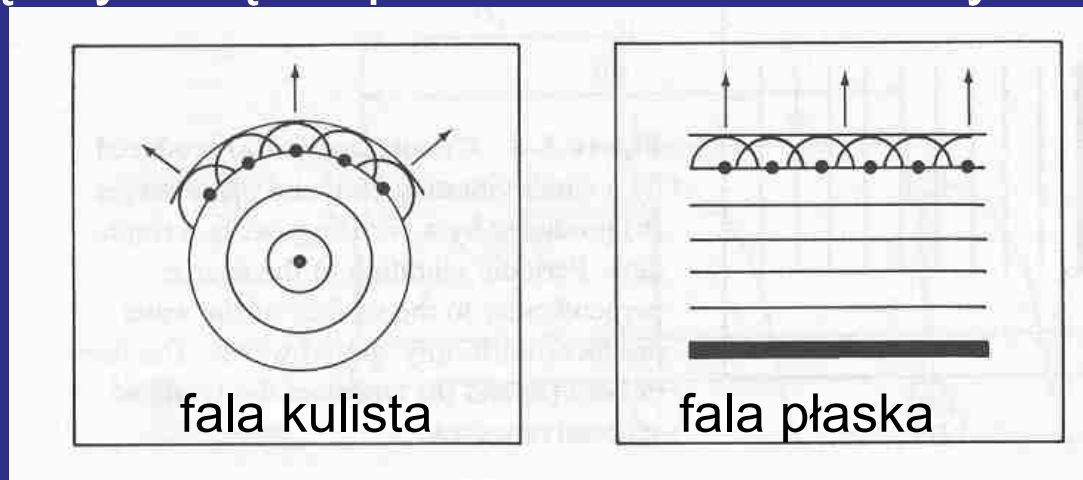
$$\gamma_{n'} = n' \gamma_1$$



liczba harmoniczna

Christian Huygens – 1678 r. pierwsza falowa teoria światła

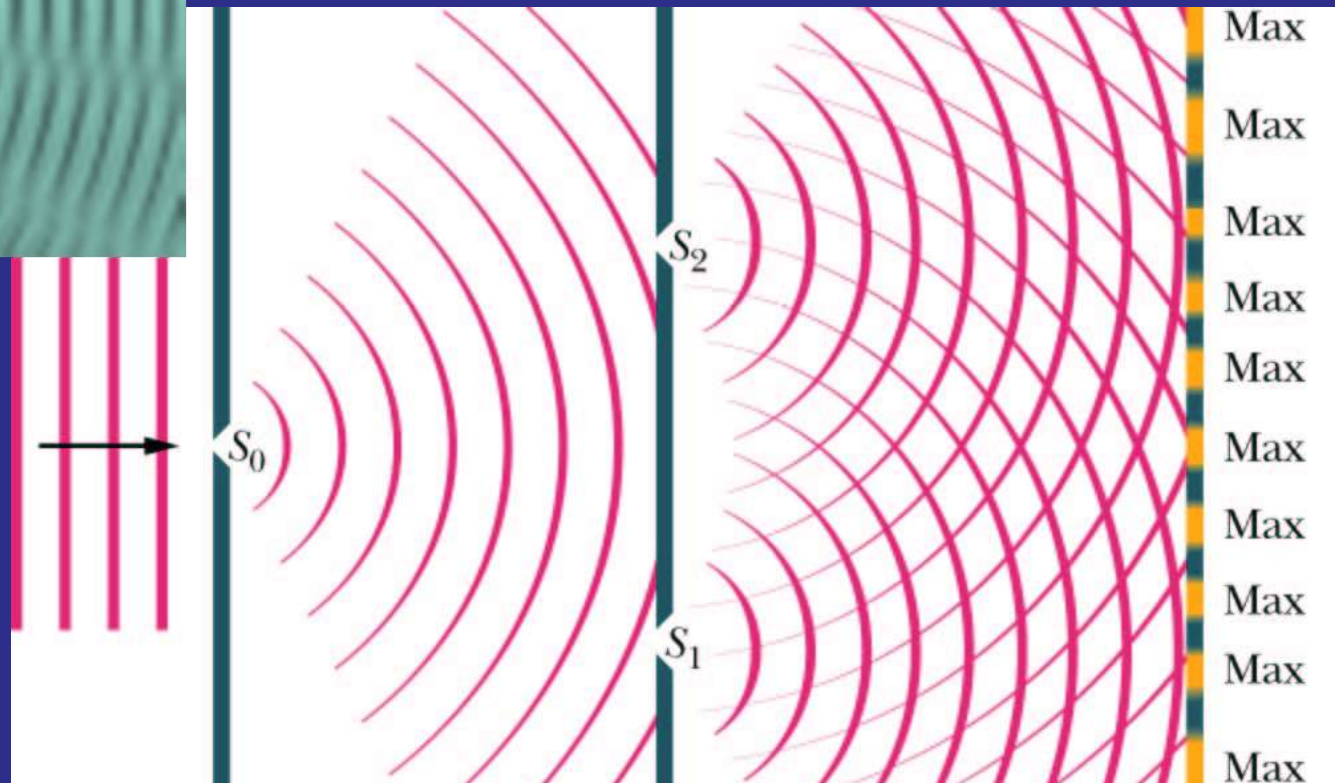
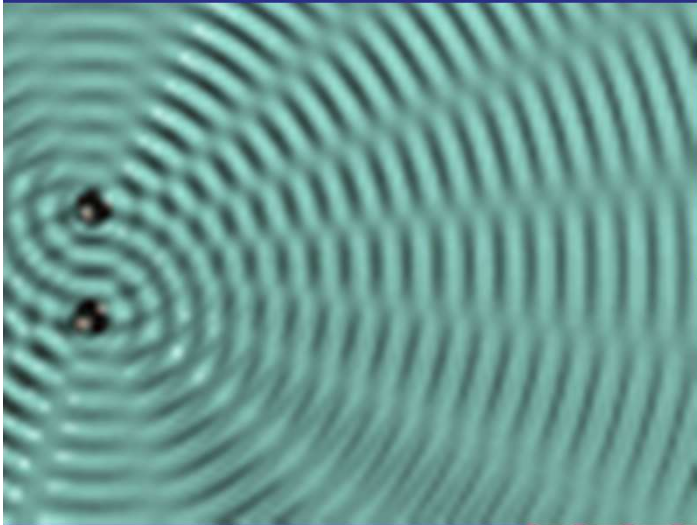
Zasada Huygensa: Wszystkie punkty czoła fali zachowują się jak punktowe źródła elementarnych kulistych fal wtórnych. Po czasie t nowe położenie czoła fali jest wyznaczone przez powierzchnię styczną do powierzchni fal wtórnych



Zasada ta pozwala wyprowadzić m.in. prawo załamania, prawo odbicia (HRW, t.4, 36.2). Wykorzystuje się ją również w interferencji i dyfrakcji

Doświadczenie Younga

1801 r. – światło jest falą
bo ulega interferencji



O wyniku interferencji fal decyduje różnica faz $\Delta\varphi$

Jakie mogą być przyczyny powstawania różnicy faz?

Dla światła rozchodzącego się w przestrzeni 3D (w próżni lub ośrodku materialnym) główną przyczyną powstawania różnicy faz $\Delta\varphi$ jest różnica dróg optycznych ΔL

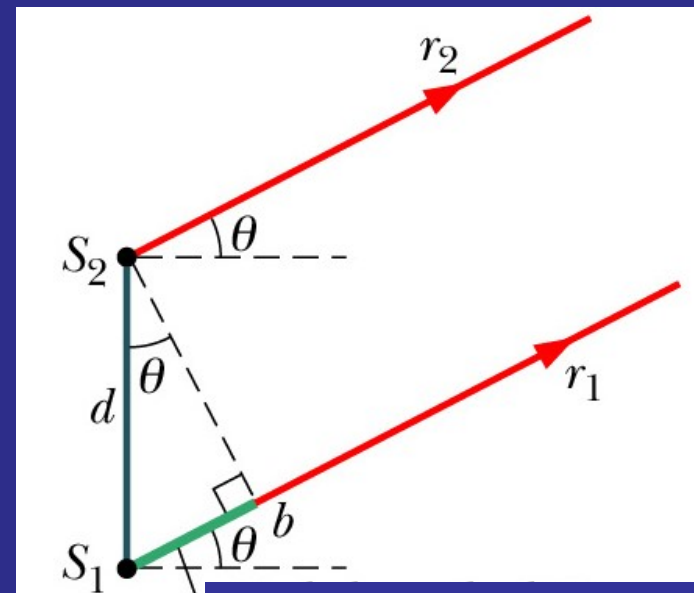
$$\Delta\varphi = 2\pi$$

$$\Delta L = \lambda$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$$

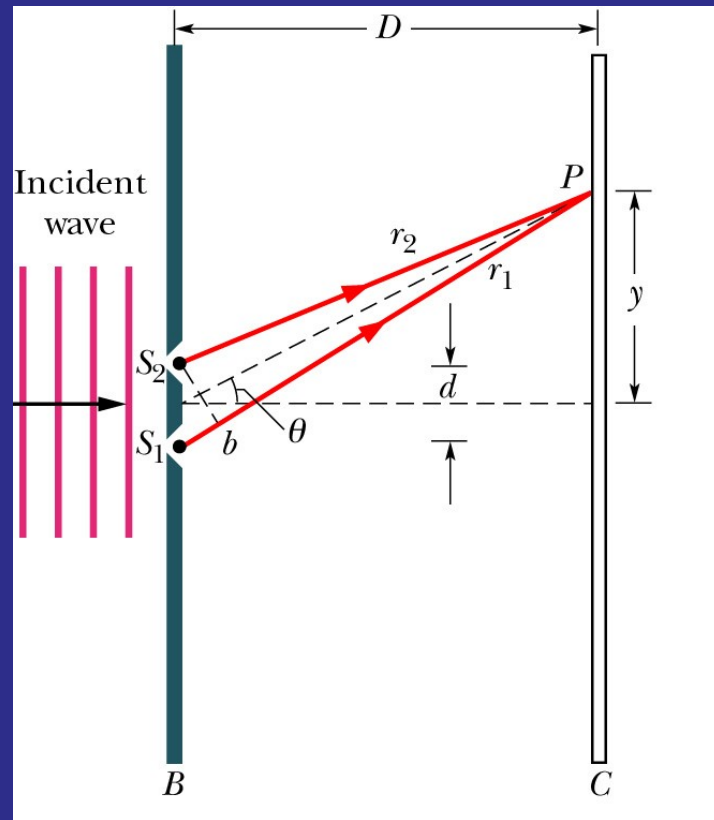
gdy $\Delta L = \lambda$ to $\Delta\varphi = 2\pi$ i
zachodzi interferencja
konstruktywna

2015/16 sem. letni



$$S_1 b = \Delta L$$

$$\Delta L = S_1 b = d \sin\theta$$



Warunki interferencji:

różnica faz musi być stała w czasie – spójność czasowa i w przestrzeni – spójność przestrzenna

Źródła światła muszą być spójne (koherentne)

warunek interferencji konstruktywnej (maximum)

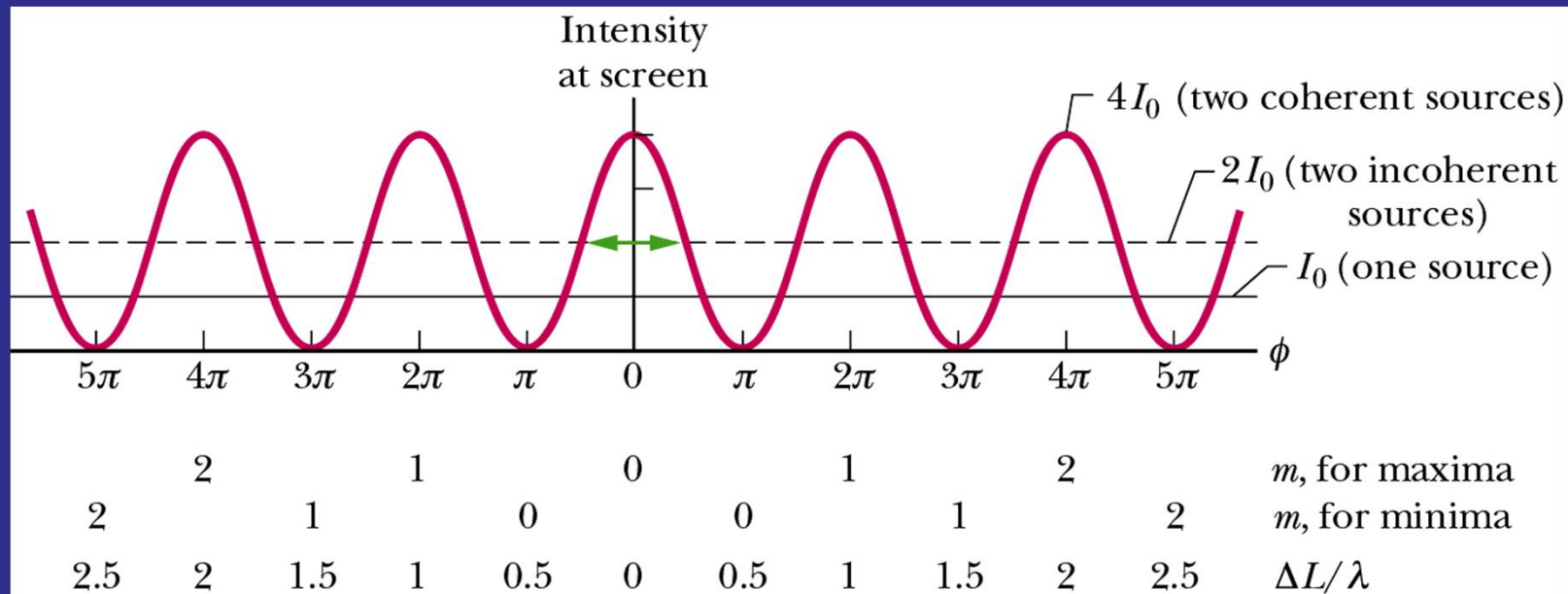
$$d \sin \theta = m \lambda$$

warunek interferencji destruktywnej (minimum)

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

$$m=0,1,2,\dots$$

Obraz interferencyjny – rozkład natężenia światła na ekranie



$$I = 4I_0 \cos^2(\phi/2)$$

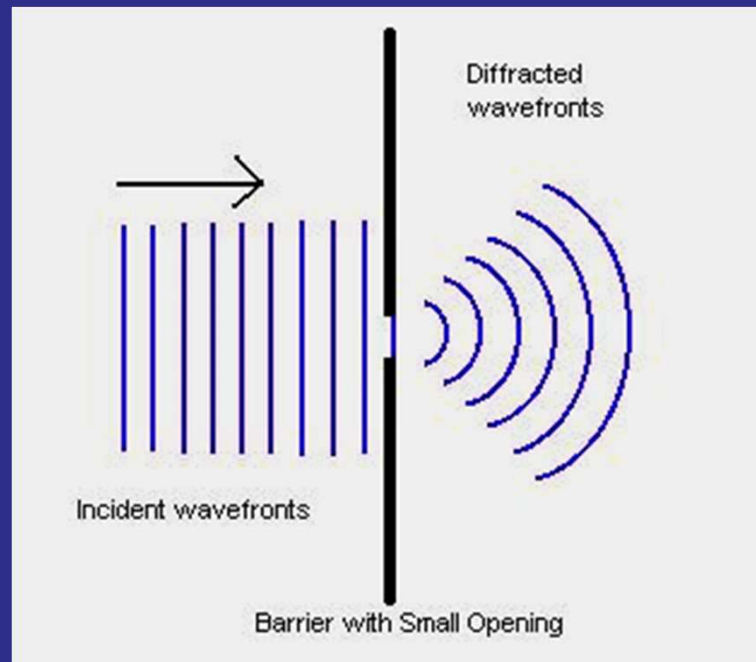
różnica faz

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

odległość między
szczelinami

kąt obserwacji

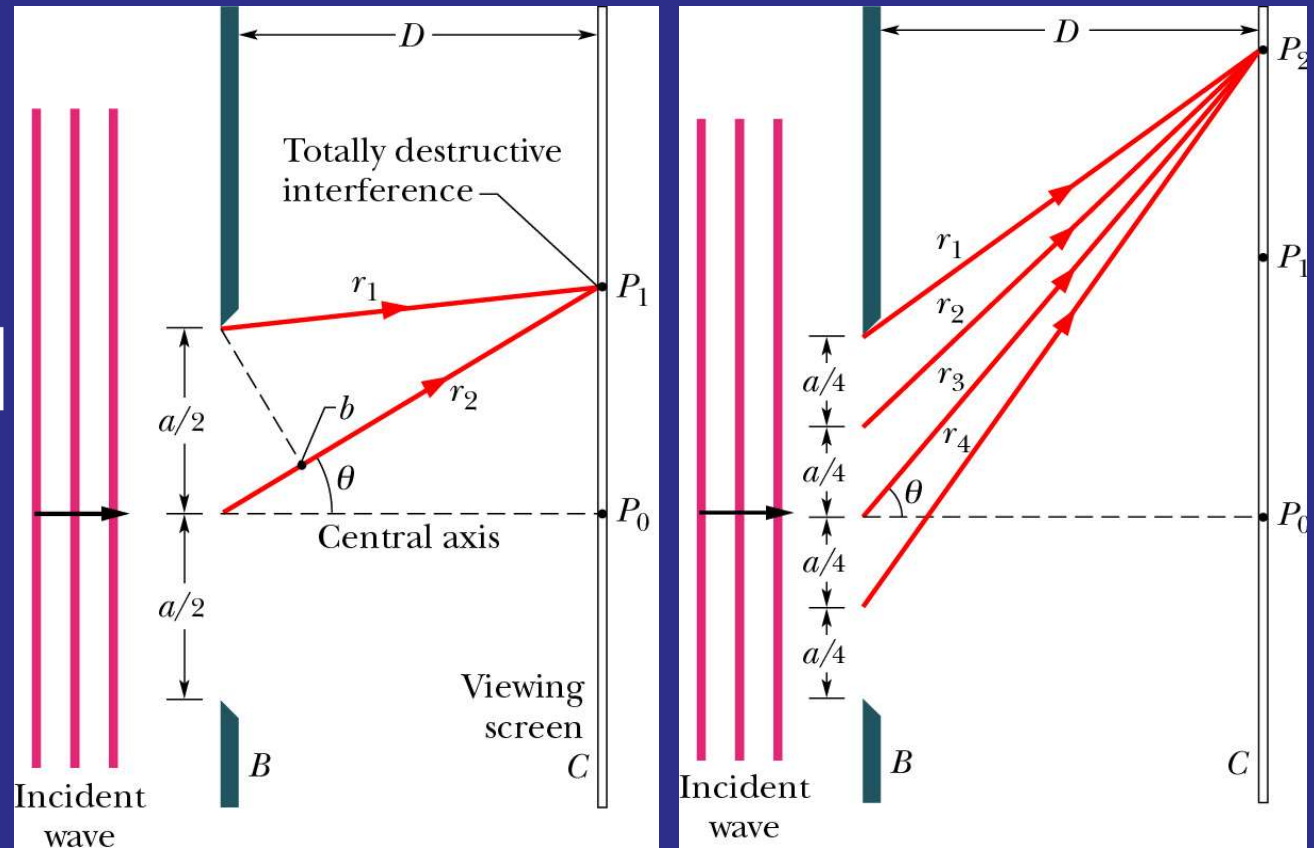
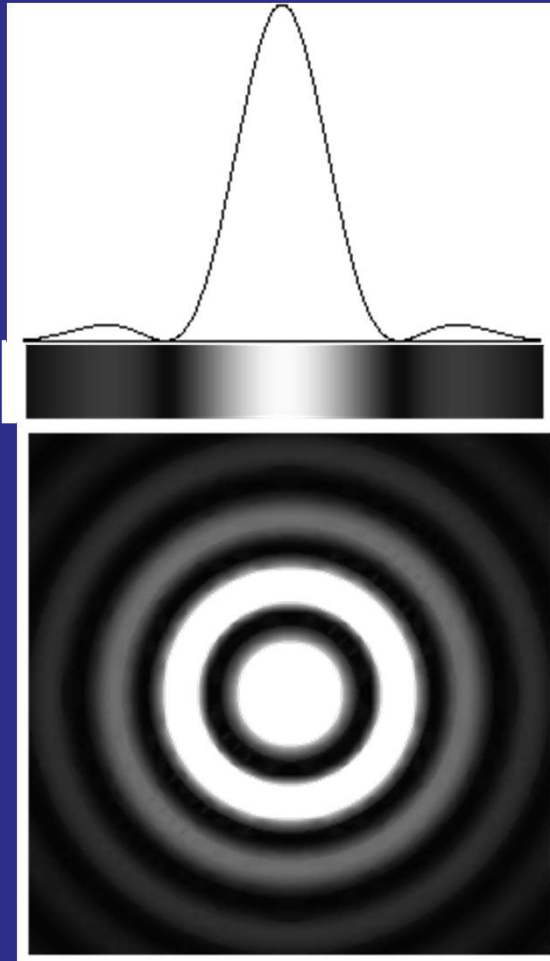
Dyfrakcja



Jeżeli fala napotyka na swojej drodze przeszkodę, otwór lub szpilkę o rozmiarach porównywalnych z długością fali, to po przejściu przez nią będzie się inaczej rozprzestrzeniać (fala będzie ulegać ugięciu – dyfrakcji).

W wyniku dyfrakcji powstaje złożony z prążków obraz interferencyjny zwany obrazem dyfrakcyjnym

Obraz dyfrakcyjny pojedynczej szczeliny



Ciemne prążki – minima powstają gdy

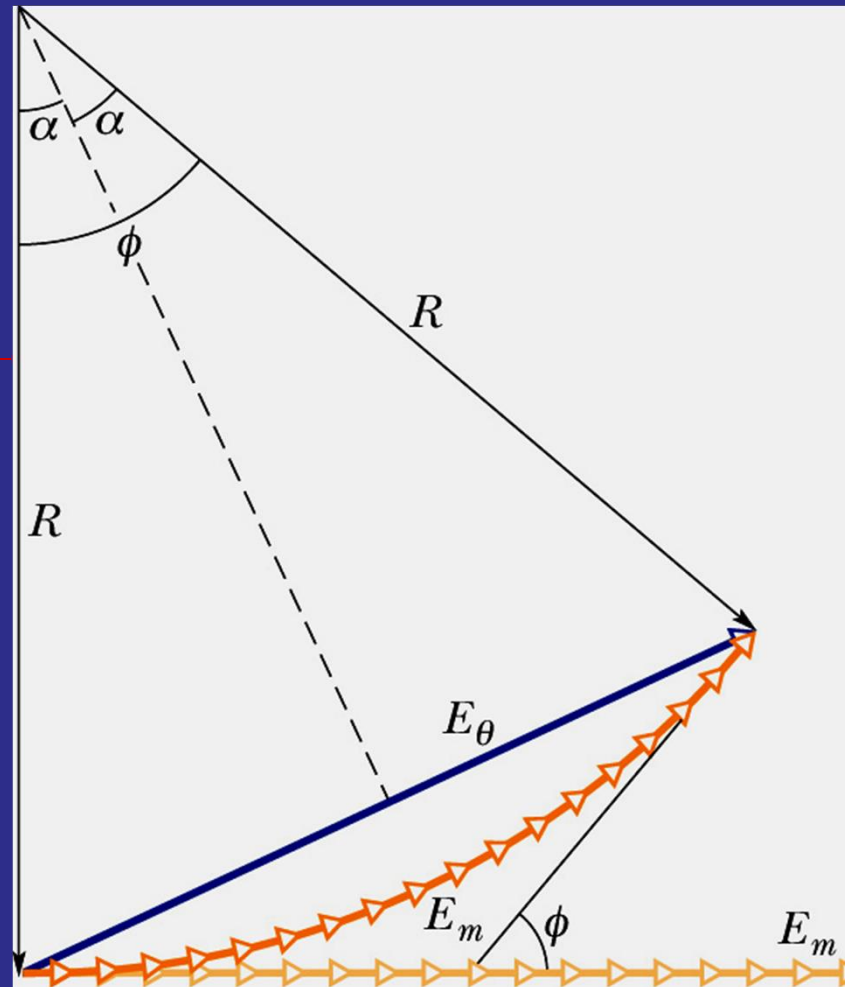
$$a \sin \theta = m\lambda \quad m=0,1,2,\dots$$

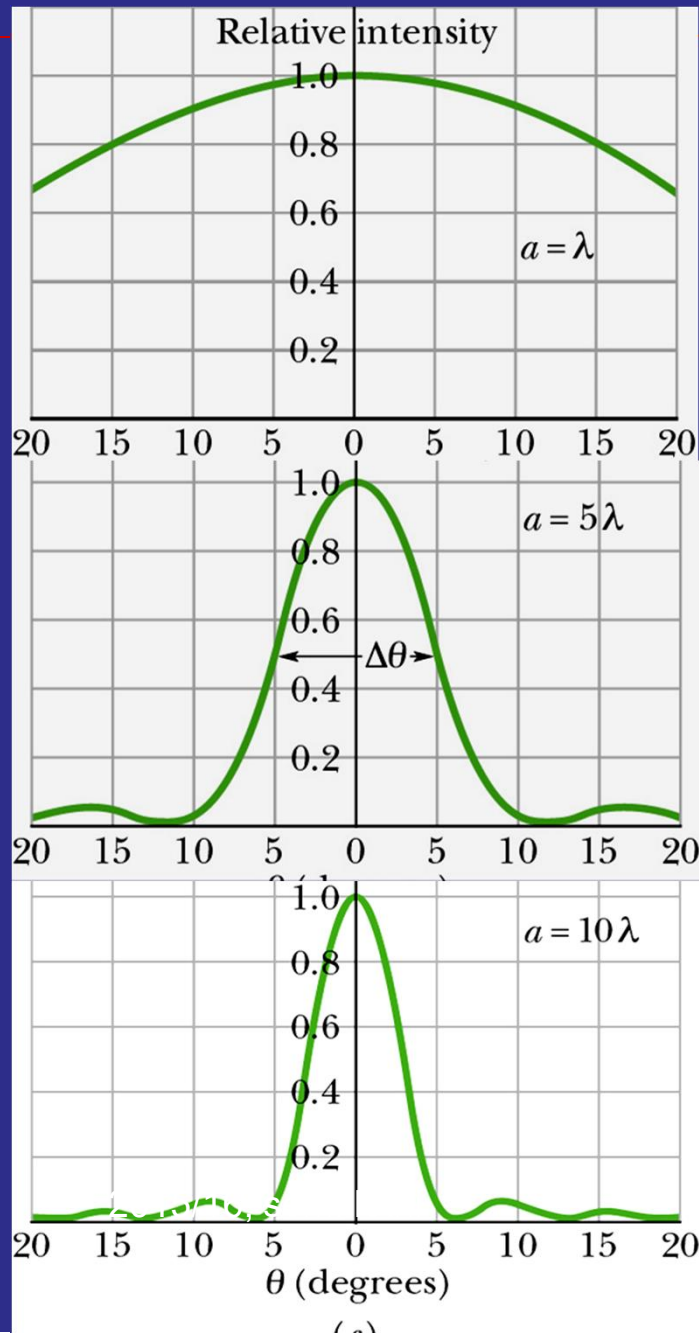
2015/16, sem. letni

szerokość
szczeliny

kąt ugięcia

Metoda wskazów-
wyprowadzenie
wzoru na natężenie
światła w obrazie
dyfrakcyjnym
pojedynczej
szczeliny (HWR, t.4,
37.4)



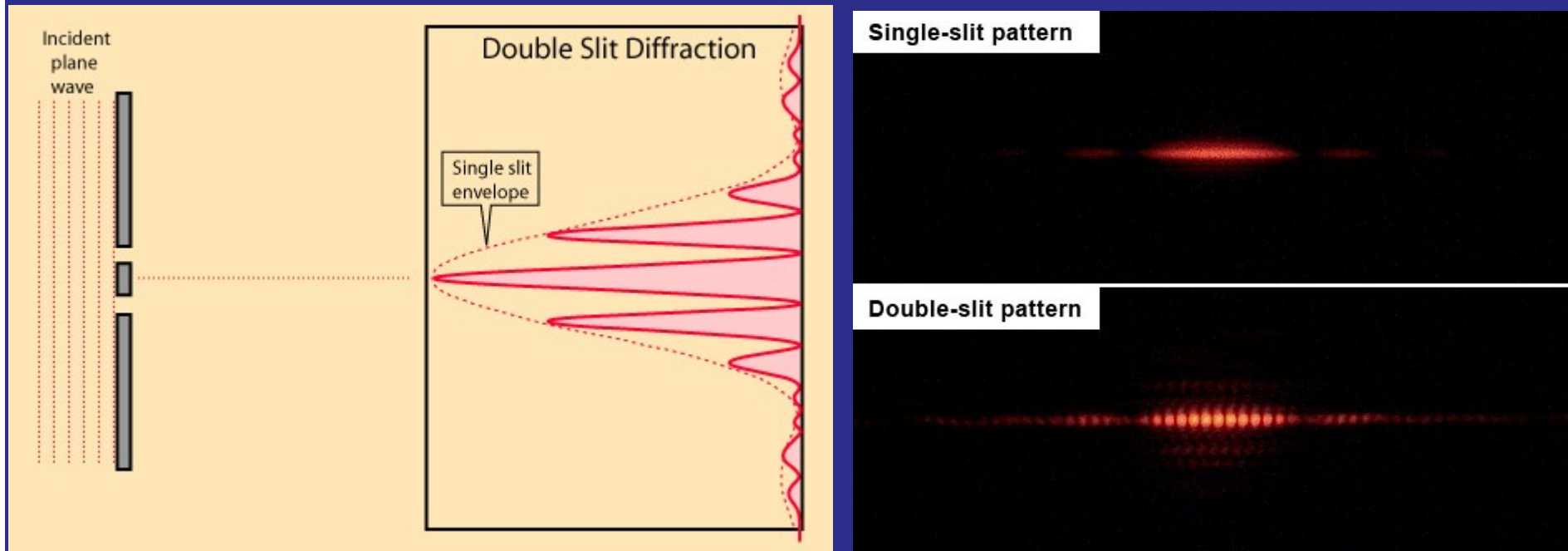


$$I(\theta) = I_o \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

Im większy stosunek a/λ tym węższy jest obraz dyfrakcyjny (szerokość centralnego maksimum).

Obraz interferencyjno-dyfrakcyjny od dwóch szczelin



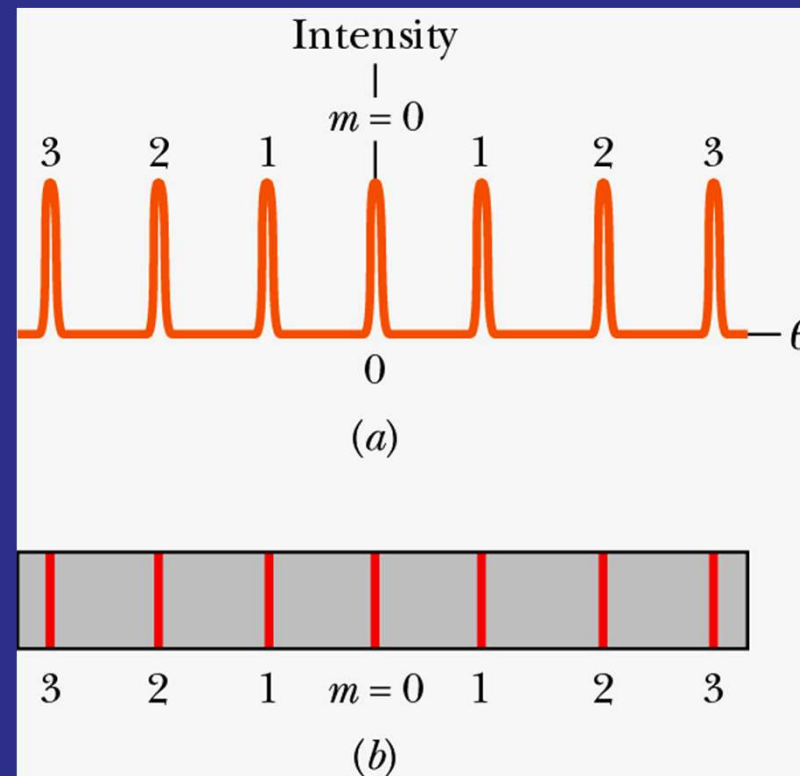
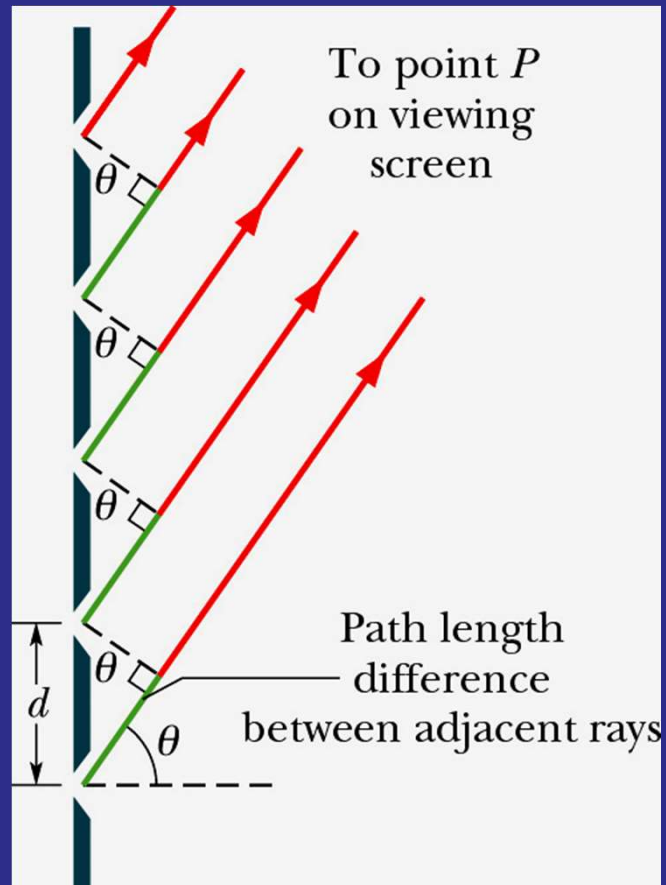
$$I(\theta) = 4I_o \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cos^2 \beta$$

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

Siatka dyfrakcyjna

układ wielu szczelin

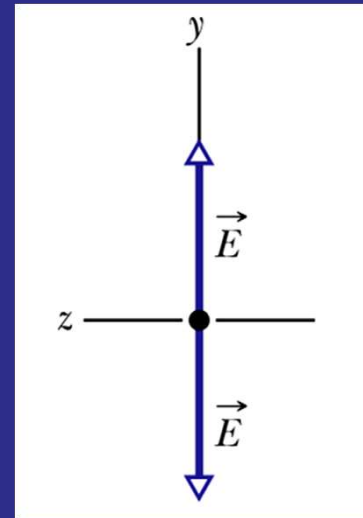
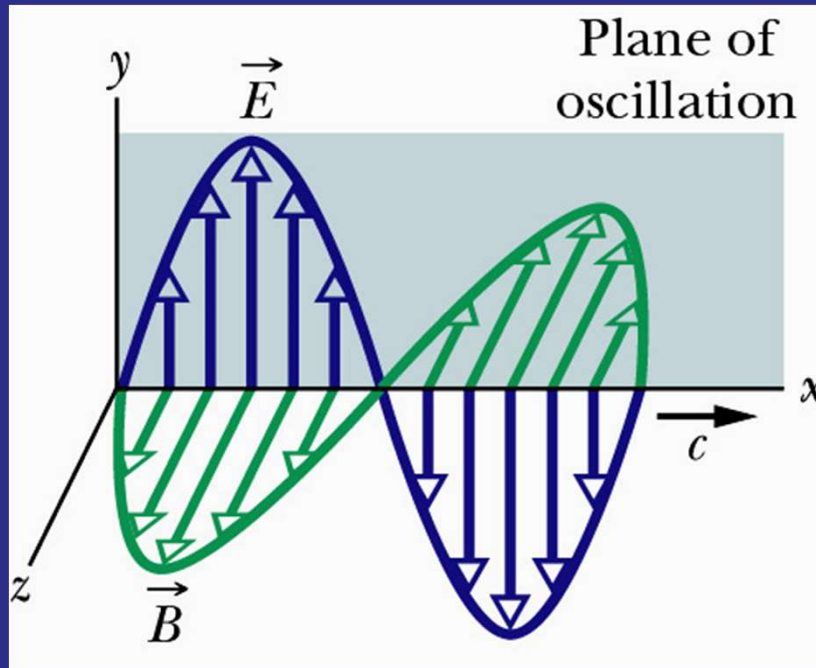


warunek powstawania
maksimum

$$d \sin \theta = m \lambda$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Polaryzacja fali elektromagnetycznej

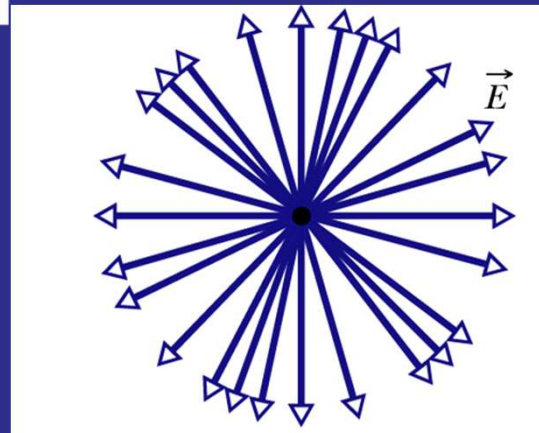


światło całkowicie spolaryzowane liniowo

Prawo Malusa

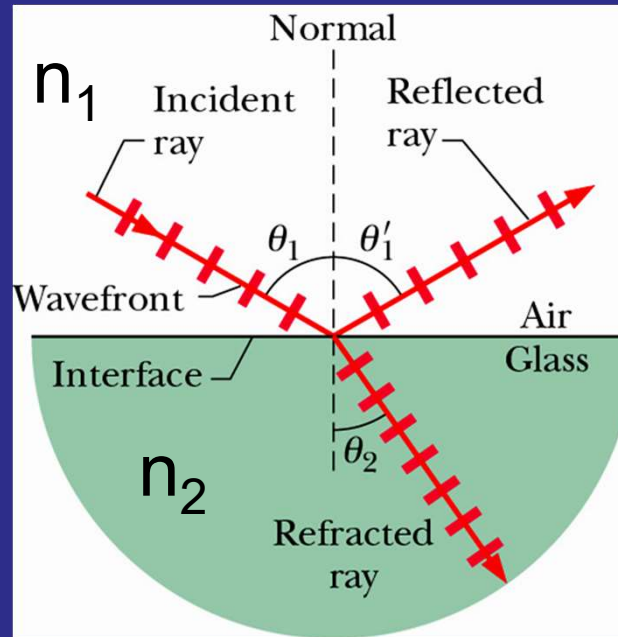
$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

światło niespolaryzowane



Odbicie i załamanie

Czemu ołówek wydaje się być złamany?



Prawo odbicia:

$$\theta_1 = \theta_1'$$

Prawo załamania- prawo Snella

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1$$

różna jest prędkość rozchodzenia się fali w ośrodkach
różniących się współczynnikiem załamania $n=c/v$

Zasada Fermata

1679 r

Światło przebiegające między dwoma punktami wybiera drogę, na przebycie której trzeba zużyć minimum lub maksimum czasu (zazwyczaj minimum) w porównaniu z sąsiednimi drogami

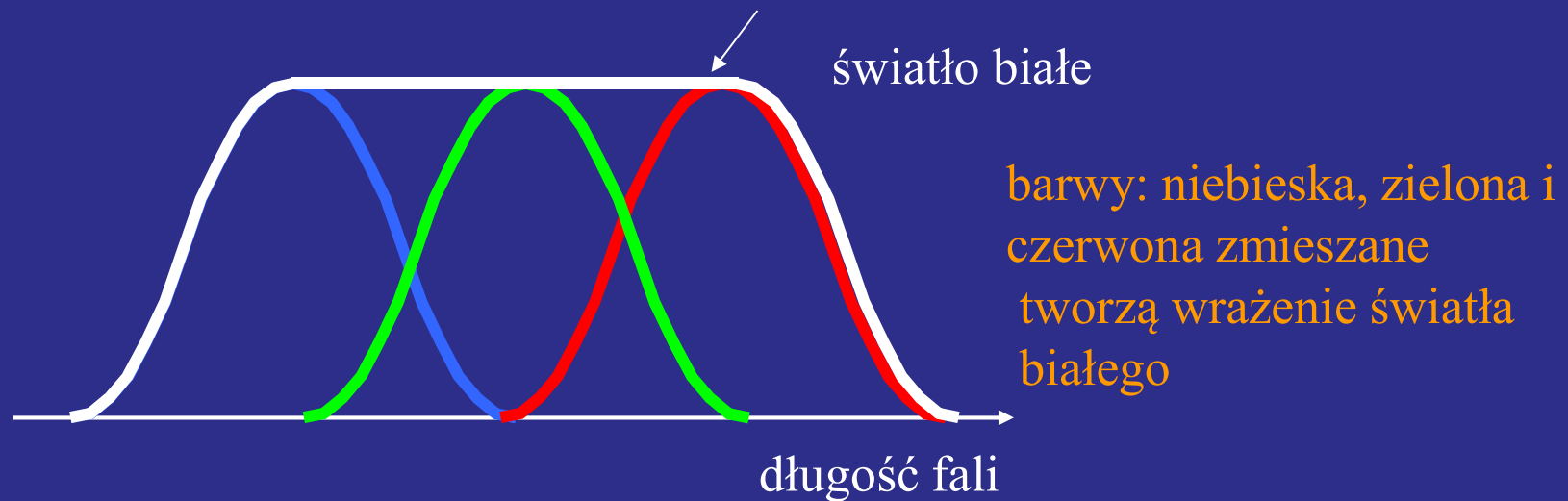
$$t = \int \frac{ds}{v} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{c} \int n ds = \frac{\text{droga optyczna}}{c}$$

Minimalizacja czasu to minimalizacja drogi optycznej

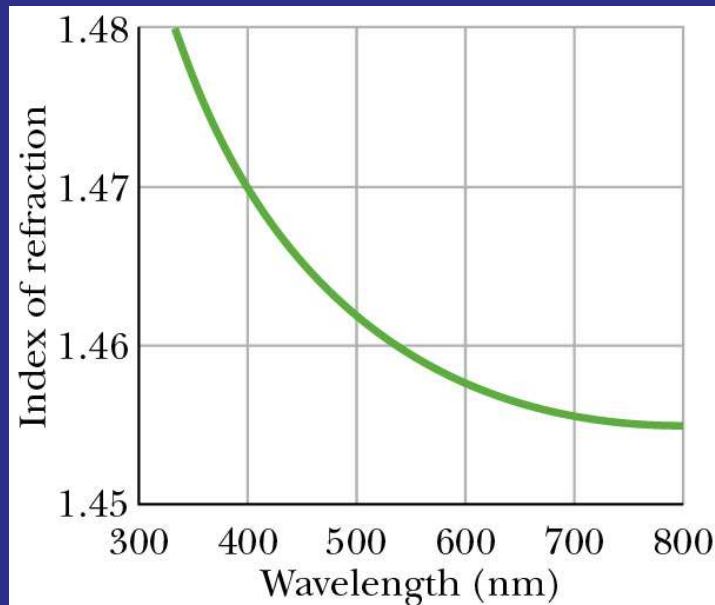
Zasada Fermata tłumaczy prostoliniowy bieg światła w ośrodku jednorodnym, można z niej wyprowadzić prawo odbicia i prawo załamania

Światło białe

Światło białe stanowi idealną mieszaninę barw



Dyspersja

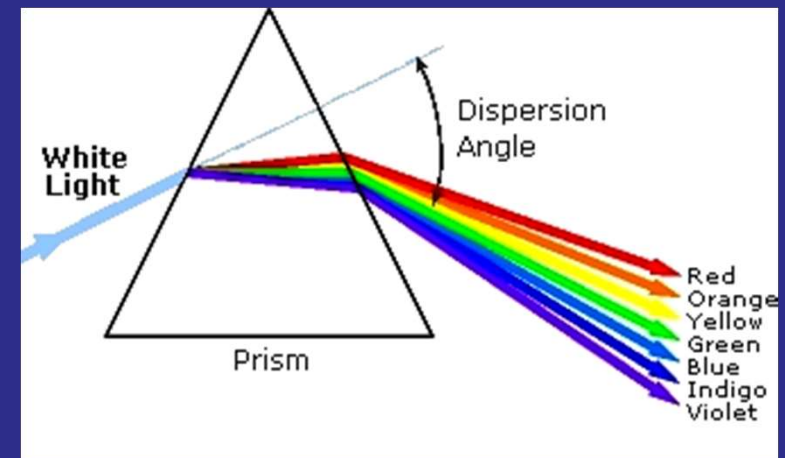
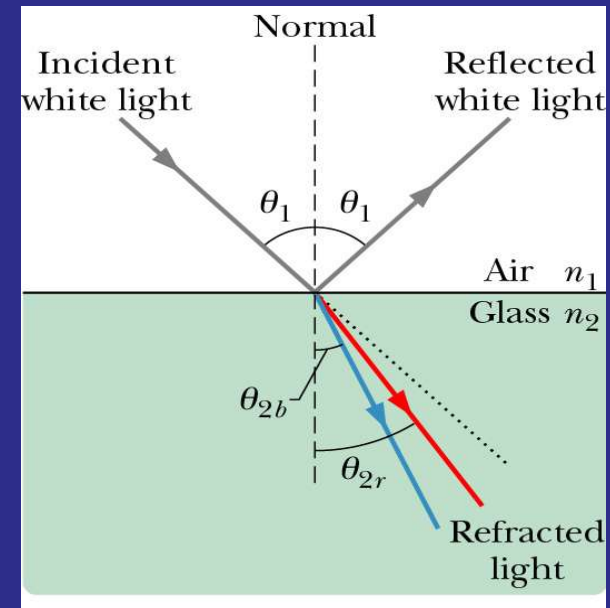


Światło monochromatyczne o określonej długości fali można utworzyć wykorzystując:

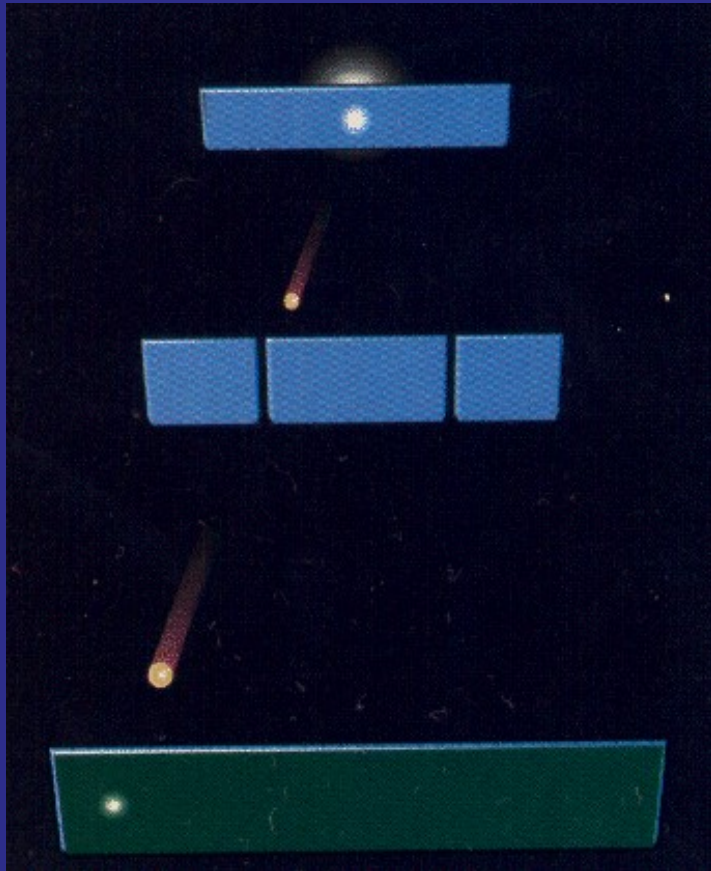
dyspersję $n(\lambda)$ – pryzmat

ugięcie $\theta(\lambda)$ – siatka dyfrakcyjna

2015/16, sem. letni

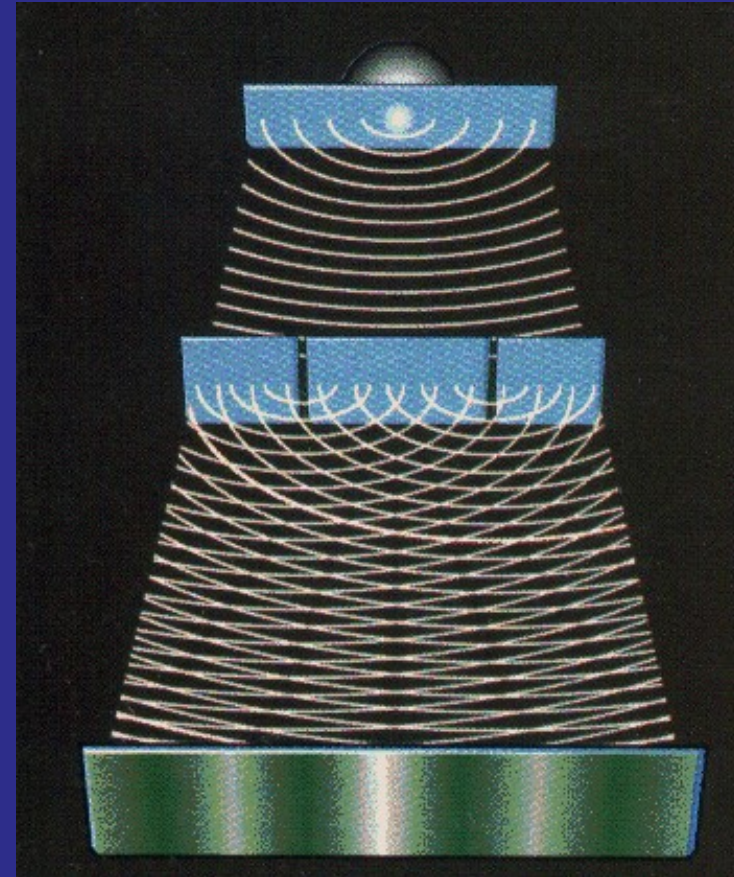


Podsumowanie – refleksja na temat natury falowej



Czy światło jest cząstką?

2015/16, sem. letni



Czy światło jest falą?

Dualizm korpuskularno-falowy:

W pewnych eksperymentach ujawnia się charakter falowy światła (dyfrakcja, interferencja, polaryzacja) a pewne zjawiska (efekt fotoelektryczny, efekt Comptona) można wytłumaczyć w modelu zakładającym istnienie kwantu promieniowania elektromagnetycznego – fotonu o energii $E=h\nu$ (h -stała Plancka)

Foton jest cząstką o zerowej masie spoczynkowej

Czy elektron jest falą czy cząstką? Czy istnieją fale materii?

Hipoteza de Broglie'a odpowiada twierdząco:

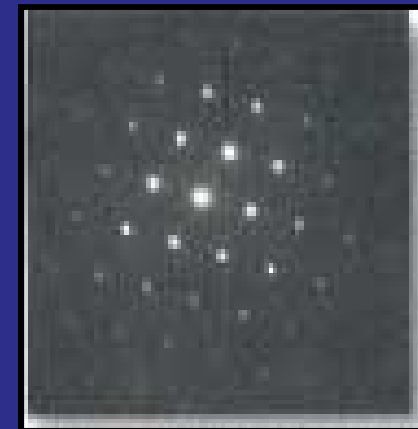
długość fali
stowarzyszonej
z cząstką

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

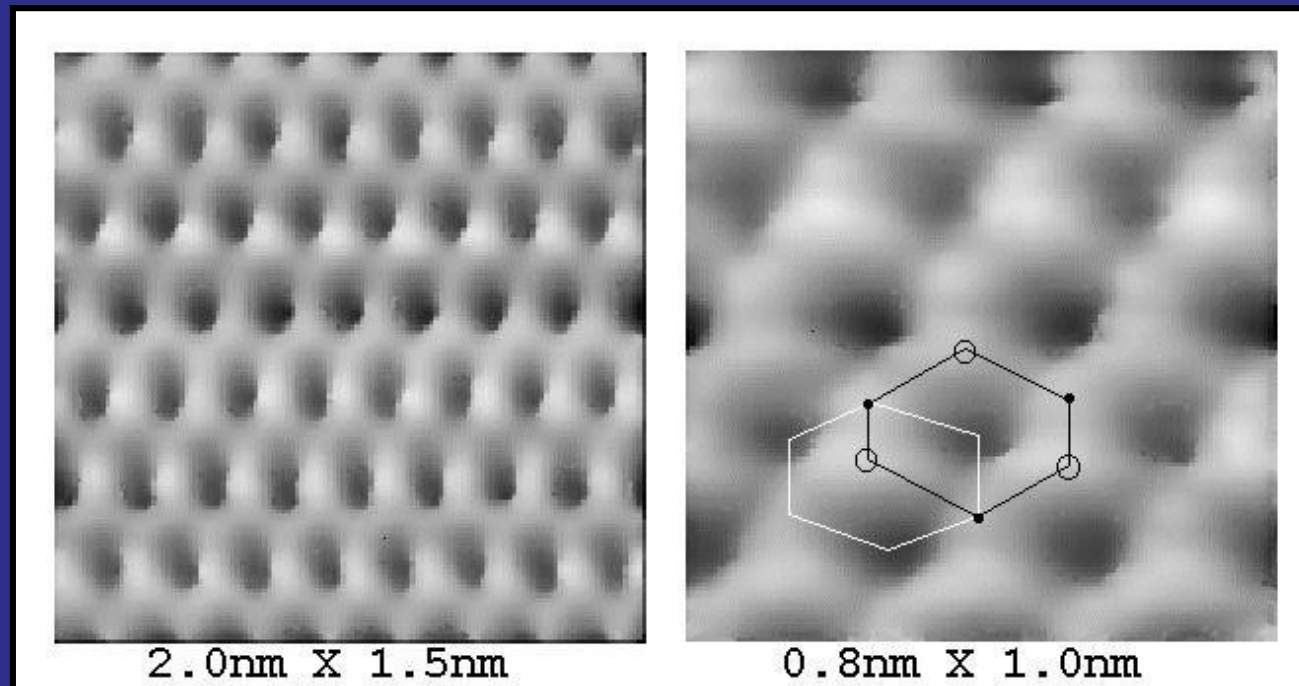
stała Plancka

pęd cząstki

Dyfrakcja fal elektronowych rzeczywiście zachodzi –
transmisyjna mikroskopia elektronowa TEM



STM (Scanning Tunneling Microscope)



rozdzielczość na poziomie atomowym