

POSZUKIWANIE FALKOWYCH MIAR POTENCJAŁU INFORMACYJNEGO OBRAZÓW CYFROWYCH JAKO WSKAŹNIKÓW JAKOŚCI WIZUALNEJ

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki badań nad wykorzystaniem falek do analizy potencjału informacyjnego obrazów cyfrowych. Opisano eksperyment badawczy polegający na obliczaniu współczynników charakteryzujących falkową transformację obrazów oraz na analizie rozkładu energii transformacji falkowych. W eksperymencie wykorzystano obrazy uzyskane poprzez skanowanie tego samego zdjęcia lotniczego na czterech różnych skanerach. W konkluzji stwierdzono, że falkowa transformacja obrazu pozwala na identyfikację parametrów jako miar potencjału informacyjnego obrazu nie tylko w aspekcie statystycznym lecz także stanowiących wskaźniki jakości wizualnej.

Wprowadzenie

Falki znajdują coraz szersze zastosowanie w analizie i przetwarzaniu sygnałów cyfrowych, w kompresji obrazu i dźwięku oraz w wielu innych zadaniach. Nazwa charakteryzuje istotę metody, stosuje ona krótkie fale -falki do opisu funkcji. O przydatności falek do kompresji obrazów świadczy fakt, że podjęta została decyzja o zastąpieniu standardu kompresji stratnej JPEG, bazującego na transformacji kosinusowej, przez nowy standard JPEG2000, stosujący transformację falkową [Sayood, 2002].

Stosowane metody oceny zawartości informacyjnej obrazów bazują na szacowaniu entropii, która jest podawana jako średnia informacja związana z każdym elementem obrazu a wyrażana jest w bitach/piksel [Oppenheim, 1982]. Miara ta jest przydatna do oceny redundancji informacji ale nie jest wskaźnikiem jakości wizualnej. Nie wypracowano natomiast metody dostarczającej obiektywnych parametrów oceny potencjału informacyjnego w aspekcie wizualnej jakości obrazu. Jediną stosowaną metodą wnioskowania o jakości wizualnej jest analiza histogramu obrazu, jednakże wnioski są obciążone bardzo szerokim polem ryzyka.

Transformata falkowa obrazu jako reprezentacja częstotliwościowo-przestrzenna daje możliwość definiowania szeregu nowych parametrów charakteryzujących energię obrazu i jej rozkład. W referacie przedstawiono wyniki badań zmierzających do znalezienia obiektywnych parametrów pozwalających wnioskować o jakości wizualnej obrazu na podstawie jego transformaty falkowej.

Falki

Falki to rodziny funkcji z których każda jest wyprowadzona z funkcji podstawowej za pomocą przesunięcia i skalowania. Falki umożliwiają przedstawienie z określoną dokładnością dowolnej funkcji ciągłej poprzez sumę ważoną.

Falkowe równanie aproksymujące funkcję $f(x)$ ma postać [Białasiewicz, 2000]:

$$f(x) = \sum_k \sum_j c_{j,k} \psi_{j,k}(x)$$

gdzie:

$\psi_{j,k}(x)$ - falka o skali j i przesunięciu k w stosunku do falki podstawowej

$c_{j,k}$ - współczynniki falkowe wyznaczone w procesie aproksymacji.

Falka podstawowa może przybierać różne postacie. Najprostsza i najczęściej stosowana, także w niniejszej pracy, jest tzw. falka Haara [Sayood K., 2002] a jej postać podstawowa jest dana równaniem:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1 & \text{dla } \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases}$$

Pomiędzy falką $\psi_{j,k}$ a falką podstawową zachodzi związek: $\psi_{j,k} = \psi(2^j x - k)$.

Funkcja skalująca Haara ma postać:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases}$$

Falka podstawowa Haara może być określona jako różnica funkcji skalującej:

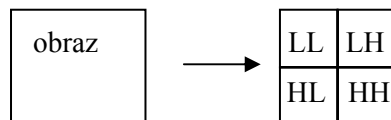
$$\psi(x) = \varphi(2x) - \varphi(2x - 1).$$

Falkowa reprezentacja obrazów

Falkowa reprezentacja funkcji może być uogólniona na dowolny wymiar. Mallat opracował algorytm który wykorzystuje falki do wielorozdzielczej reprezentacji obrazów. [Mallat, 1989].

Istotą wielorozdzielczości jest dekompozycja sygnału w ciąg sygnałów o stopniowo zmniejszającej się rozdzielczości. Algorytm Mallata dekomponuje obraz na cztery obrazy składowe, przy czym każda składowa ma rozmiar równy jednej czwartej obrazu pierwotnego (czyli ma rozdzielczość liniowo dwa razy mniejszą niż dekomponowany obraz). Każda składowa może być następnie dekomponowana w ten sam sposób przez co powstaje reprezentacja na wielu poziomach

rozdzielczości. Realizacja dekompozycji polega na sekwencyjnym filtrowaniu górnym i dolnoprzepustowym, osobno wzdłuż kolumn a osobno wzdłuż wierszy obrazu, przy jednoczesnym zmniejszaniu rozdzielczości z interwałem dwa. W zależności od rodzaju i kolejności filtrów powstają obrazy składowe: LL- filtr dolnoprzepustowy dla wierszy i kolumn, LH- dla wierszy filtr dolnoprzepustowy a górnoprzepustowy dla kolumn, HL – odwrotnie niż LH, HH – dwa razy filtr górnoprzepustowy. Schemat dekompozycji na pierwszym poziomie rozdzielczości pokazany jest na rys. 1



Rys. 1 Schemat dekompozycji na pierwszym poziomie rozdzielczości

Transformacja falkowa w zapisie macierzowym

Transformacje falkowe mogą być opisane z wykorzystaniem algebry liniowej. Podejście to, obok znaczenia poznawczego, stanowi podstawę prostych algorytmów wykorzystywanych w wielu badaniach, w tym w niniejszej pracy. Macierzowe równanie transformacji falkowej stosującej funkcję Haara jest znane w literaturze od połowy lat dziewięćdziesiątych (Mulcahy C., 1997).

Funkcja transformująca ma postać macierzy:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_0 & w_1 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & w_0 & w_1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Funkcję podstawową reprezentują współczynniki w_0, w_1 a funkcję skalującą współczynniki h_0, h_1 o wartościach:

$$h_0 = h_1 = \frac{1}{2} \quad w_0 = \frac{1}{2} \quad w_1 = -\frac{1}{2}$$

Poprzez współczynniki h_0, h_1 realizowana jest filtracja dolnoprzepustowa, a współczynniki w_0, w_1 wykonują filtrację górnoprzepustową.

Przekształcenie obrazu \mathbf{S} do reprezentacji falkowej jest opisane równaniem:

$$\mathbf{T} = \mathbf{H} \mathbf{S} \mathbf{H}^T \quad \text{gdzie } \mathbf{T} \text{ jest transformatą Haara obrazu } \mathbf{S}.$$

Rekonstrukcja obrazu powstaje z równania odwrotnego:

$$\mathbf{S} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{H}$$

Podstawowe własności falkowej transformaty obrazu

W pracy skupiono się na analizie falkowej dekompozycji obrazu na pierwszym poziomie rozdzielczości. Przyjęto hipotezę, że reprezentacja falkowa obrazu daje ciekawe możliwości w zakresie charakterystyki jego potencjału informacyjnego. Mamy bowiem do czynienia z czterema komponentami (LL,LH,HL,HH) które są wynikami filtracji dolno i górnoprzepustowej aplikowanymi w różnej kolejności. Komponent LL jest obrazem powstającym na drodze obliczania wartości średniej z rozłącznych grup pikseli o rozmiarze 2x2 (dotyczy to transformacji Haara). Stanowi zatem uproszczoną reprezentację transformowanego obrazu. Kolejne komponenty eksponują krawędzie pionowe (LH), poziome (HL) i diagonalne (HH) wraz z ich mocą. Mamy zatem do czynienia z trzema składowymi zawierającymi komplementarne w stosunku do obrazu średniego detale. Na podstawie tych składowych można obliczyć parametry charakteryzujące energię krawędzi w trzech kierunkach. Można także analizować rozkład energii w każdym komponentcie. Zakłada się, że rozkład wartości zawartych w każdym z trzech komponentów „detalicznych” odpowiada rozkładowi Laplace’a, który ma znacznie większe wzniesienie w zerze niżeli rozkład Gaussa (Sayood K., 2002). Odstępstwa od rozkładu modelowego są podstawą do wnioskowania o potencjale informacyjnym lub jego zaburzeniach.

W celu potwierdzenia hipotezy o możliwości wnioskowania na temat potencjału informacyjnego a pośrednio i jakości wizualnej obrazów cyfrowych przeprowadzono eksperyment badawczy.

Ekspertyment badawczy

Jako materiał badawczy wykorzystano rezultaty skanowania tego samego zdjęcia lotniczego na czterech różnych skanerach. Obserwacja histogramów pozwoliła jedynie na stwierdzenie, że we wszystkich przypadkach rokowania co jakości wizualnej są pozytywne, co potwierdza właściwy dobór parametrów skanowania. Natomiast nie pozwoliła ustalić który z obrazów cyfrowych powinien mieć najlepszą jakość wizualną.

Każdy z obrazów poddano transformacji falkowej, realizując przedstawiony uprzednio zapis macierzowy transformacji Harra. Uzyskano dekompozycję do czterech składowych HH,LH,HL,HH. Spośród długiej listy testowanych parametrów do dalszych analiz wybrano następujące:

1. Energia średnio-kwadratowa $E(LH)$, $E(HL)$, $E(HH)$ jest obliczana osobno dla każdego z komponentów LH,HL,HH z wzoru:

$$E = \sqrt{\frac{\sum e^2}{M/2 * N/2}}$$

gdzie: e wartości współczynników falkowych w poszczególnych komponentach

M,N – rozmiary obrazu (liczba wierszy, liczba kolumn)

2. Zgodność rozkładu energii w poszczególnych komponentach z rozkładem Laplac'a.

Na wielkość współczynników transformacji falkowej ma wpływ zakres wartości jasności jakie uzyskano w wyniku skanowania. Wpływ ten jest liniowy, np.. dla obrazu X o jasnościach dwukrotnie większych od wartości tych samych pikseli w obrazie Y współczynniki falkowe są także dwukrotnie większe. Konieczne jest wprowadzenie współczynnika normalizującego. Współczynnik był liczony ze stosunku odchylenia standardowego jasności pikseli jednego z obrazów do odchyżeń standardowych pozostałych obrazów.

Tabela nr 1
Zestawienie energii średnio-kwadratowych dla transformat badanych obrazów

Pochodzenie obrazu	Oznaczenie komponentu		
	LH	HL	HH
skaner 1	4,31	4,43	1,68
skaner 2	4,08	4,30	1,78
skaner 3	4,74	4,83	2,00
skaner 4	4,04	3,97	1,16

Jak wynika z tabeli nr 1 najwyższe wartości energii średnio-kwadratowej i to dla każdego komponentu transformaty, posiada obraz ze skanera 3. Z kolei najniższe wartości energii średnio-kwadratowej, także dla wszystkich komponentów, charakteryzują obraz ze skanera 4. W środku plasują się obrazy ze skanerów 1 i 2, przy czym pomiędzy nimi badany parametr jest dwa razy większy dla pozycji 1 a w przypadku składowej HH przeważa pozycja 2.

Tabela nr 2
Określenie zgodności rozkładów energii z rozkładem Laplace'a

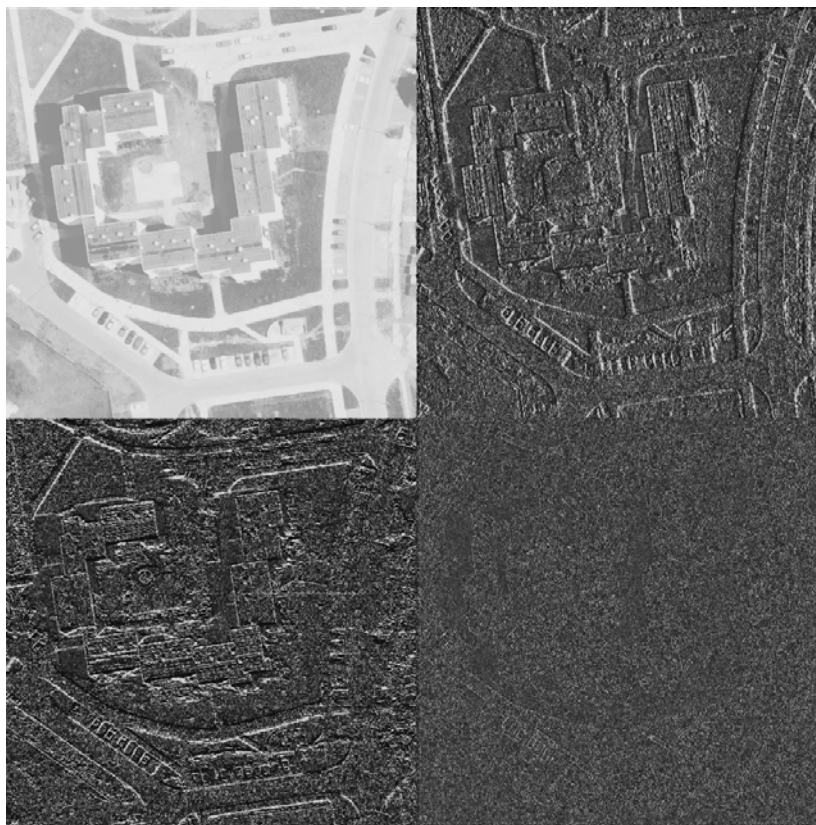
Pochodzenie obrazu	Oznaczenie komponentu		
	LH	HL	HH
skaner 1	średnia	średnia	średnia
skaner 2	średnia	średnia	średnia
skaner 3	wysoka	wysoka	średnia
skaner 4	słaba	słaba	słaba

Wyniki badania zgodności rozkładów energii poszczególnych komponentów zebrano w tabeli nr 2. Najwyższą zgodność (poziom ufności ok.80%) uzyskano dla obrazu ze skanera 3 a najniższą – ze skanera 4. Widać dużą korelację wyników pomiędzy tabelami nr 1 i 2.

Jeśli uznać analizowane parametry jako wskaźniki jakości wizualnej to należałoby najwyżej sklasyfikować obraz 3 a najniżej obraz 4. Tymczasem obserwacje wizualne, przeprowadzone na kilku-osobowej grupie obserwatorów, klasyfikują obrazy w innej kolejności: najlepszy nr 1 i 2, potem nr3 a najgorszy nr 4. Dla obrazu nr 3 wszyscy obserwatorzy stwierdzili najwyższy kontrast ale równocześnie wskazali na duży udział szumów zakłócających obserwację.

Jeśli przyjrzymy się transformatom falkowym analizowanych obrazów, to łatwo zauważymy, że komponent HH zawiera najmniej energii a jednocześnie wartości są rozłożone w sposób przypadkowy, nie tworząc żadnej uporządkowanej struktury – rys. 2. Należy wyjaśnić, że wizualna obserwacja transformaty tych czterech obrazów wykazuje różnice dopiero w dużym powiększeniu, natomiast ogląd globalny sprawia wrażenie, jakby wszystkie transformaty były identyczne; dlatego na rysunku 2 przedstawiono tylko transformatę jednego obrazu.

Łatwo z powyższego wysnuć, że duży wpływ na wyniki badania jakości przez obserwatorów mógł mieć zbyt wysoki poziom szumów. Aby taką hipotezę potwierdzić, należało poddać przefiltrować transformaty, usuwając najmniejsze wartości współczynników.



Rys. 2 Transformata falkowa badanego obrazu

Dalsze przebieg eksperymentu polegał na odfiltrowaniu współczynników transformaty o wartości mniejszej niż $1/10$ odchylenia standardowego dla komponentów LH i HL oraz $1/5$ dla HH (wartości takie wybrano po serii prób). Zabieg okazał się skuteczny, w największym stopniu dla obrazu ze skanera 3. Powtórne badania przeprowadzone na tej samej grupie obserwatorów wskazały jako najlepszy wizualnie obraz nr 3. Oczywiście badaniu poddano obrazy zrekonstruowane a nie transformaty.

Komentarz do wyników eksperymentu

Człowiek w sposób specyficzny, choć nie do końca zbadany, odbiera bodźce świetlne. Stwierdzono m.in. że oko ludzkie charakteryzuje się logarytmicznym typem nieliniowości w przetwarzaniu natężenia odbieranego światła oraz, że przekształca odbierane częstotliwości przestrzenne jak średnioprzepustowy [Oppenheim, 1982]. Kompresja bazująca na analizach częstotliwościowych uwzględnia sposób percepcji obrazu przez człowieka. Stąd wniosek, że dla oka ludzkiego korzystniejszy jest obraz z którego usunięta jest energia o charakterze szumu.

Zaproponowany parametr – energia średniokwadratowa dobrze charakteryzuje kontrast obrazu. Nie można jednak uznać go bezkrytycznie jako wskaźnika jakości wizualnej. Natomiast jeśli wykorzysta się transformatę falkową do odfiltrowania szumów informacyjnych i dokona rekonstrukcji obrazu, to wówczas poprawiają się rokowania co do uznania energii średniokwadratowej jako obiektywnego wskaźnika jakości wizualnej.

Wyjaśnieniu wymaga poprawność wyboru rozkładu Laplace'a jako modelowego dla rozkładu energii składowych transformaty falkowej. Uzyskane wyniki sugerują, że być może lepszym modelem byłby rozkład gamma, który charakteryzuje się jeszcze większym od rozkładu Laplace'a wzniesieniem w zerze. Sytuacja taka odpowiada transformacie z której odfiltrowano najmniejsze wartości uznane za szum informacyjny.

Podsumowanie

Transformacja falkowa jest przekształceniem sygnału umożliwiającym jego analizę przestrzenno- częstotliwościową, co czyni ją narzędziem bardziej atrakcyjnym od transformacji Fouriera która pozwala analizować tylko dziedzinę częstotliwości. Wyniki przeprowadzonych eksperymentów dowodzą, że falkowa transformata obrazu jest interesującym zbiorem danych do analizy potencjału informacyjnego obrazów w tym wskaźników jakości wizualnej. Eksperymenty są warte kontynuowanie włącznie z zaangażowaniem falek bardziej złożonych od - stosowanych w opisanych badaniach - falek Haara. Interesująca może być także obserwacja jak zmienia się charakterystyka energii na kilku poziomach rozdzielczosci.

Literatura

Białasiewicz J.T., 2000. Falki i aproksymacje. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne.

Mallat S., 1989, Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $L_2(\mathbb{R})$, Trans. Amer. Math. Society vol.38.

Mulcahy C., 1997. Image Compression Using The Haar Wavelet Transform . *Spelman College Science & Mathematics Journal*, Vol 1, No 1.

Oppenheim A., 1982. Sygnały cyfrowe. PWN Warszawa.

Sayood K., 2002, Introduction to Data Compression. Second edition, tłumaczenie polskie: Kompresja danych – wprowadzenie, Wydawnictwo RM. Warszawa 2002.